



ANREGUNGEN ZUR SCHUL- UND UNTERRICHTSENTWICKLUNG 06/2018

**VERGLEICH SARBEIT MATHEMATIK
SCHULJAHRGANG 3 –
ERGEBNISSE IM ÜBERBLICK**

Schuljahr 2017/2018

Grundschule
Sekundarschule
Gemeinschaftsschule
Gesamtschule
Gymnasium
Fachgymnasium
Förderschule
Berufsbildende Schule**ALLGEMEINES**

Mit der Vergleichsarbeit Mathematik wird untersucht, inwieweit Schülerinnen und Schüler des 3. Schuljahrganges die in den Bildungsstandards formulierten Kompetenzen bereits erreicht haben.

In diesem Schuljahr nahmen 15 754 Schülerinnen und Schüler an der Vergleichsarbeit teil, in der die Kompetenzbereiche *Größen und Messen* sowie *Raum und Form* überprüft wurden. Die Testaufgaben sind dem fünfstufigen Kompetenzstufenmodell /1/ zugeordnet, das eine Interpretation der mathematischen Kompetenzen unter Berücksichtigung des gesamten Leistungsspektrums der Schülerinnen und Schüler ermöglicht. Deshalb liegt der Schwierigkeitsgrad einiger

Aufgaben über den für den Schuljahrgang zu erwartenden Kompetenzen (Kompetenzstufen 4 und 5).

Als durchschnittliche Erwartung an die Leistungen der Schülerinnen und Schüler gelten die Mindest- und Regelstandards, Kompetenzstufen (KS) 1 bis 3. Über die dort beschriebenen Kompetenzen sollten die Lernenden bis zum Ende der 4. Jahrgangsstufe verfügen. Dies ist bei der Interpretation der Aufgabenergebnisse zu beachten.

Die Arbeit dient der Diagnose des erreichten Lernstandes und wird deshalb nicht benotet. Nachfolgend werden die Ergebnisse der Kompetenzentwicklung für die genannten Bereiche vorgestellt.

ERGEBNISSE IM ÜBERBLICK**Ergebnisse im Kompetenzbereich Größen und Messen**

Im Schuljahr 2017/18 liegen die Erfüllungsprozentsätze (Landesmittelwerte) im Kompetenzbereich *Größen und Messen* zwischen 19 und 93 % (vgl. Abbildung 1). Knapp 80 % der Schülerinnen und Schüler konnten die Mindestanforderungen (KS 1 und 2) erfüllen. Die Regelanforderungen (KS 3) bewältigten noch die Hälfte der Schülerinnen und Schüler. Damit erreichen zwei Drittel der Schülerinnen und Schüler die erwarteten Kompetenzen (KS 1 bis 3; 63 %). Über die Regelanforderungen hinaus erfüllten fast ein Drittel der Lernenden die Optimalanforderungen (KS 4 und 5; 30 %). Für die einzelnen Teilkompetenzen stellen sich die Ergebnisse wie folgt dar:

Größenvorstellungen besitzen

Die Teilkompetenz *Standardeinheiten aus den Bereichen Geldwerte, Längen, Zeitspannen, Gewichte und Rauminhalte kennen* hat die höchsten Erfüllungsprozentsätze (Aufg. 3, 5 u. 8; 81 %). Hier zeigt sich deutlich, dass viele Schülerinnen und Schüler sicher im Umgang mit den Standardeinheiten und deren Anwendung in Lebensweltbezügen sind. Fast drei Viertel der Schülerinnen und Schüler sind in der Lage, *Größen in unterschiedlichen Schreibweisen darzustellen* (Aufg. 2, 6 u. 9; 73 %) und weisen damit gesicherte Kennt-

nisse der Beziehungen zwischen den Einheiten in unterschiedlichen Größenbereichen nach.

Etwas mehr als zwei Drittel der Schülerinnen und Schüler konnten *mit im Alltag gebräuchlichen einfachen Bruchzahlen im Zusammenhang mit Größen umgehen* (Aufg. 4 u. 7; 68 %), dabei stellte das Lesen der Bruchzahlen als Wort eine besondere Herausforderung dar.

Etwas weniger als zwei Drittel der Schülerinnen und Schüler konnten Größen vergleichen, schätzen und messen (Aufg. 1 u. 12; 64 %).

Die Hälfte der Kinder erfüllte die Teilkompetenz *Repräsentanten für Standardeinheiten kennen* (Aufg. 1 u. 11; 49 %). Bei der Interpretation dieses Ergebnisses ist zu beachten, dass die Aufgabe 11 (KS 5) eine besondere Herausforderung darstellte. Die Lösung dieser Aufgabe erforderte neben den Kenntnissen zu den Repräsentanten der Größe Geld auch das mathematische Modellieren eines problemhaltigen Sachverhaltes.

Mit Größen in Sachsituationen umgehen

Die höchsten Erfüllungsprozentsätze wurden mit der Teilkompetenz *Sachaufgaben mit Größen lösen* erreicht (Aufg. 9, 13, 14, 16 u. 17; 44 %). Drei der fünf Aufgaben dieser Teilkompetenz waren den Kompetenzstufen 4 und 5 zugeordnet und erforderten komplexe Denkleistungen, die sich auf Situationen aus der Erfahrungswelt der Kinder bezogen.

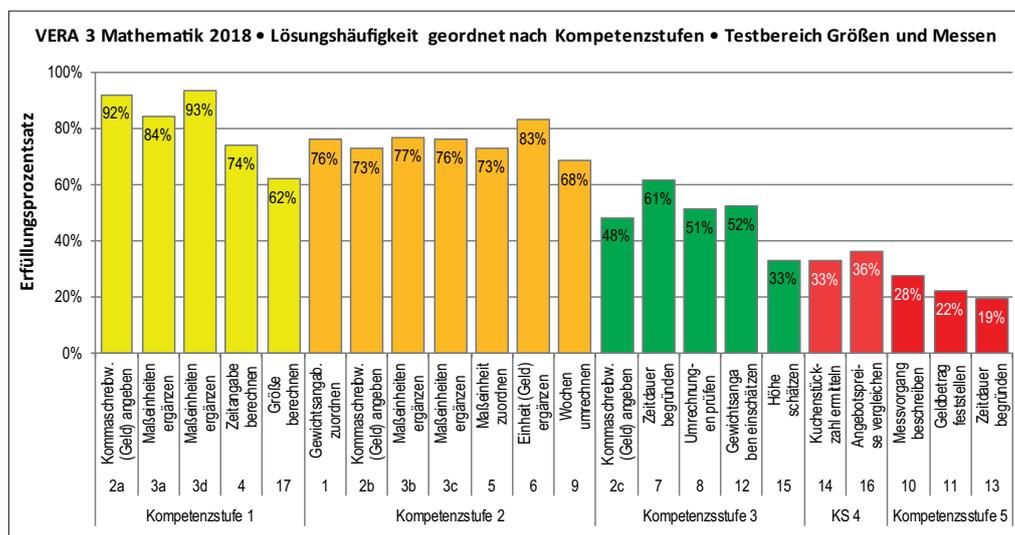


Abb. 1: Landesergebnisse im Kompetenzbereich Größen und Messen

Geringer fiel die Lösungshäufigkeit bei der Teilkompetenz *wichtige Bezugsgrößen aus der Erfahrungswelt zum Lösen von Sachproblemen heranziehen* aus, die durch eine Einzelaufgabe repräsentiert wurde (Aufg. 15, 33 %). Das *sachgerechte Messen mit geeigneten Einheiten und unterschiedlichen Messgeräten* gelang weniger als einem Drittel der Schülerinnen und Schüler (Aufg. 10, 28 %). Anzumerken ist hier, dass diese Teilkompetenz ebenfalls nur mit einer Aufgabe überprüft wurde und diese der Kompetenzstufe 5 zugeordnet war.

Ergebnisse im Kompetenzbereich Raum und Form

Die landesweiten Erfüllungsprozentsätze zeigen im Kompetenzbereich *Raum und Form* im Durchschnitt eine Streuung von 18 bis 92 % (vgl. Abbildung 2). Beim Anwenden von Routineprozeduren auf Grundlage einfachen begrifflichen Wissens (KS 1), lag die Lösungshäufigkeit bei 82 %. Auch beim sicheren Anwenden von begrifflichem Wissen (KS 4) und beim Modellieren komplexer Probleme (KS 5), war über ein Drittel der Schülerinnen und Schüler in der Lage, die in den Bildungsstandards und dem Fachlehrplan Mathematik geforderten Kompetenzen zu erreichen. Die landesweiten Erfüllungsprozentsätze der getesteten Teilkompetenzen stellen sich wie folgt dar:

Sich im Raum orientieren

Diesen Bildungsstandard repräsentierten vier Aufgaben zur Teilkompetenz *zwei- und dreidimensionale Darstellungen von Bauwerken zueinander in Beziehung setzen*. Mit 69 % wurden zu diesem Bildungsstandard die höchsten Lösungshäufigkeiten innerhalb des Bereiches Raum und Form erreicht (Aufg. 18, 19, 20 u. 27; KS 1, 3 und 4).

Geometrische Figuren erkennen, benennen und darstellen

Fast alle Schülerinnen und Schüler konnten *Körper und ebene Figuren nach Eigenschaften sortieren* (Aufg. 20, KS 1, 92 %). Die *Verkleinerung einer vorgegebenen Figur durch das Zeichnen mit Hilfsmitteln sowie mit Freihandzeichnungen* war in der Aufgabe 33 (KS 3) verlangt. Mehr als die Hälfte der Kinder fertigte die Zeichnung an (56 %). Die Ergebnisse zur Teilkompetenz *Modelle von Körpern und ebenen Figuren herstellen und untersuchen*, abgebildet durch

vier Aufgaben verschiedener Kompetenzstufen, zeigen, dass die Hälfte aller Kinder gute kopfgeometrische Vorstellungen besitzt, um geometrische Flächen und Körper zu ergänzen (Aufg. 21, 24, 28 u. 31; 49 %). Die geringsten Erfüllungsprozentsätze zeigten sich beim Übertragen geometrischer Grundkenntnisse auf eine Sachsituation und der Formulierung einer entsprechenden Begründung (Aufg. 28, KS 5, 18 %). Etwa zwei Fünftel der Schülerinnen und Schüler konnten *Körper und ebene Figuren in der Umwelt wieder erkennen* (Aufg. 32, KS 4, 43 %). Mögliche Fehlerquellen könnten die fehlende Abbildung des Körpers und unzureichende Kenntnisse der Begrifflichkeit „Quader“ sein.

Einfache geometrische Abbildungen erkennen, benennen und darstellen

Knapp zwei Drittel der Schülerinnen und Schüler konnten *ebene Figuren in Gitternetzen abbilden* (Aufg. 25, 26 u. 33; 61 %). Dies verdeutlicht relativ sichere Kenntnisse und Fähigkeiten beim Verkleinern und Vergrößern ebener Figuren. Die Teilkompetenz *Eigenschaften der Achsensymmetrie erkennen, beschreiben und nutzen* wurde mit 59 % erfüllt (Aufg. 23, 29 u. 34). Das Spiegeln an einer diagonalen Spiegellachse war besonders anspruchsvoll und gelang dennoch 29 % der Lernenden (Aufg. 23, KS 5).

Flächen- und Rauminhalte vergleichen und messen

Das *Vergleichen und Messen von Flächen- und Rauminhalten* wurde durch zwei Aufgaben geprüft. Während die Lösungshäufigkeit beim Messen eines Flächeninhalts in Einheitsquadraten (Aufg. 35, KS 2) bei 66 % lag, sank diese auf 36 % ab, als es darum ging, den Flächeninhalt von zwei Figuren mithilfe von Einheitsdreiecken zu vergleichen (Aufg. 30, KS 5). Hier musste die gefundene Lösung auch begründet werden, was eine zusätzliche Herausforderung darstellte.

Ergebnisse bei den prozessbezogenen Kompetenzen Problemlösen, Kommunizieren und Argumentieren, Modellieren und Darstellen

In fast allen Aufgaben der Vergleichsarbeit finden sich deutliche Verknüpfungen zwischen inhalts- und prozessbezogenen Kompetenzen. Die Streuung der Lösungshäufigkeiten der einzelnen prozessbezogenen Kompetenzen weist teilweise erhebliche Unterschiede auf (von 29 % bis

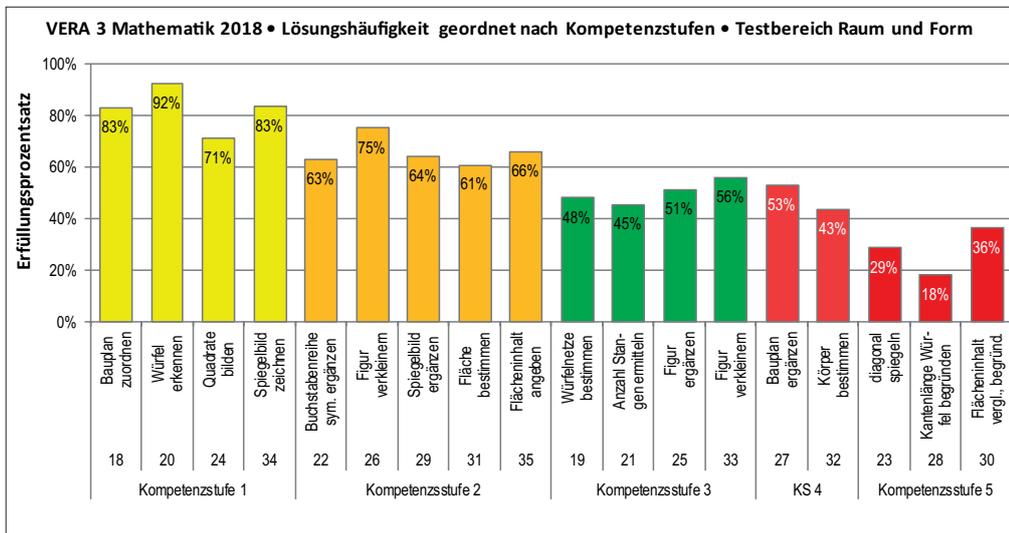


Abb. 2: Landesergebnisse im Kompetenzbereich Raum und Form

92 %) Bei der Interpretation der Ergebnisse sollte beachtet werden, dass sich die jeweiligen prozessbezogenen Kompetenzen in der Aufgabenanzahl und Kompetenzanforderung unterscheiden. Die höchsten Erfüllungsprozentsätze finden sich in beiden Testbereichen beim *Kommunizieren* (RF: 92 % bzw. GM: 72 %). Die geringsten beim *Modellieren* im Bereich Größen und Messen (29 %). Wie schon im letzten Jahr zeigen die aktuellen Ergebnisse, dass dies den Kindern die größten Schwierigkeiten bereitet. Die prozessbezogene Kompetenz

Problemlösen wurde durch die meisten Aufgaben getestet und erreicht Erfüllungsprozentsätze von 53 % (RF) und 63 % (GM). Die Lösungshäufigkeiten im *Argumentieren* (RF: 42 % bzw. GM: 44 %) und *Darstellen* (RF: 33 % bzw. GM: 68 %) entsprechen den Erwartungen und deuten auf die Notwendigkeit einer kontinuierlichen Förderung im Unterricht hin (s. dazu weitere Diagramme auf dem Bildungsserver).

HINWEISE ZUR WEITERARBEIT

Die Ergebnisse verdeutlichen, dass es den Kindern schwer fiel, vorhandenes Grundwissen in unbekanntem Aufgabenformaten und Sachsituation flexibel anzuwenden. Nach wie vor muss es besser gelingen, Schülerinnen und Schüler zu befähigen, mathematische Probleme selbstständig zu lösen. Um in realen Situationen flexibler handeln zu können, müssen Lehrkräfte dafür sorgen, dass die Herausbildung prozessbezogener Kompetenzen Bestandteil des Unterrichts ist. Erst die Entwicklung von inhalts- und prozessbezogenen Kompetenzen in jeder Unterrichtsstunde (durch Rechenkonferenzen, selbstständiges Problemlösen, Lernen in Projekten) macht einen guten Mathematikunterricht aus und unterstützt nachhaltig Verständnisprozesse.

Kompetenzbereich Größen und Messen

Fehlerursachen beim Darstellen von Größenangaben in unterschiedlichen Schreibweisen (Geld) könnten darin liegen, dass die Kinder die Bündelung von 100 Cent zu einem Euro (Aufg. 2b) und die Kommaschreibweise, besonders fehlende Stellenwerte der Cent Beträge nach dem Komma (Aufg. 2c), nicht beachten. Um einen flexiblen Umgang mit Geld im Unterricht anzubahnen, sollten praktische Erfahrungen aus dem täglichen Leben (Einkaufssituationen, Umgang mit Taschengeld, Planung von Wandertagen, usw.) aufgegriffen und zum Aufbau vielfältiger Handlungserfahrungen genutzt werden.

Weiterhin bieten sich folgende Übungen im Unterricht an:

- Übungen zum Festigen des Bündelungsverständnisses
Ergänze zu ganzen Eurobeträgen. Nutze dein Rechengeld.
47 ct + ___ = 1 €; 352 ct + ___ = 5 €; 9,04 € + ___ = 10,00 €; ...

Berechne das Wechselgeld.

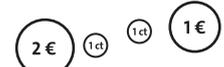
Friedrich kauft im Urlaub drei Karten zu je 0,90 € und jeweils eine Briefmarke für 0,45 €. Er bezahlt mit einem 5-€-Schein. Wie viel Cent bekommt er zurück?

- Nutzung der Stellenwerttafel beim Umrechnen zwischen den Einheiten
Trage in die Tabelle ein. Schreibe mit Komma.

128 ct; 5 € 17 ct; 15 ct + 86 ct + 2 €; 204 ct; 2 € 5 ct; ...

Euro		Cent		Betrag	

- Nutzung vielfältiger Darstellungsformen
Trage in die Tabelle ein. Schreibe mit Komma.

3,02 €; 302 ct;  , 

Auch beim Verstehen von im Alltag gebräuchlichen Bruchzahlen im Zusammenhang mit Größen (Aufg. 4) spielt die sichere Anwendung des Grundwissens in unterschiedlichen Sachsituationen eine entscheidende Rolle. Außerdem fällt der Lesekompetenz bei der Repräsentation der Bruchzahlen als Zahlwörter eine erhöhte Bedeutung zu. Nicht das fehlende Grundwissen (15 Minuten entsprechen einer Viertelstunde) stellt hier die Schwierigkeit dar, sondern das Erlesen der Bruchzahlwörter (vor allem das ungewohnte Wort: Dreiviertelstunde) in Zusammenhang mit dem inhaltlichen Verständnis der Aufgabenanforderung. Das verstärkte Darbieten von Aufgaben in Textform und das Training des

selbstständigen Erlesens, auch komplexerer Aufgabenstellungen, können eine Möglichkeit darstellen, die Lesekompetenz der Kinder im Mathematikunterricht weiter zu entwickeln. Ein ständiges Anwenden des erlernten Grundwissens in unbekanntem Sachsituationen und neuen Aufgabenformaten, ermöglicht die Flexibilisierung im Umgang mit Bruchzahlen im Zusammenhang mit Größen.

Durch folgende Aktivitäten lässt sich dies fördern:

- Verwendung von im Alltag gebräuchlichen Bruchzahlen in allen Größenbereichen und durch unterschiedliche Repräsentationsformen ($\frac{3}{4}$ l Milch; $\frac{1}{2}$ kg Mehl; eine Dreiviertel Stunde; $\frac{1}{2}$ km; ...),
- „Sichtbarmachen“ von Zeit durch zur Verfügung stehende Zeitmesser (Kurzzeitwecker, Stundenkerze, Uhr, ...),
- Nutzung von Legematerial (s. Empfohlene Unterrichtsmaterialien) zur Erarbeitung und Festigung des Verständnisses der Bruchzahlen.

Kompetenzbereich Raum und Form

Das Erkennen von einfachen und zusammengesetzten Körpern und deren Zuordnungen (Fachbegriffe, einfache Baupläne) gelingt fast allen Schülerinnen und Schülern. Mit zunehmender Komplexität der Bauwerke in Verbindung mit einer unbekanntem Notation im Bauplan (Aufg. 27) bereitet der Bezug zwischen den Körpern und dem dazugehörigen Plan Probleme. Um Schwierigkeiten beim Übertragen einer dreidimensionalen Darstellung in einen zweidimensionalen Bauplan entgegenzuwirken, hilft es den Kindern, wenn im Unterricht mit geometrischen Körpern nach unterschiedlichen Plänen gebaut wird. Zur Unterstützung visueller Vorstellungen eignen sich differenzierte Baupläne (mehreihige Anordnungen, verschiedene Grundrisse, außergewöhnliche Darstellungen und eigene Pläne).

Geometrische Figuren in einfachen Abbildungen zu erkennen und zu benennen gelingt fast allen Kindern. Damit Schülerinnen und Schüler geometrische Figuren und Körper in der Umwelt wiedererkennen können, sollten im Unterricht reale Gegenstände und deren Abbildungen zur Ansicht genutzt und begriffliche Zuordnungen mit und ohne Abbildungen (Aufg. 32) geübt werden. Das optische Zerlegen geometrischer Figuren (Aufg. 21) konnte auf zwei Arten, zum einen durch mentales Auslegen des Quaders oder durch Abzählen der Würfelstangen, bearbeitet werden. Im Unterricht sollten entsprechende Aufgaben handelnd, zeichnerisch und mental gelöst werden.

Dazu eignen sich z. B. folgende Aufgaben:

- Baue Körper mit Stangen (Anzahl der Steckwürfel für Stangen vorgeben).
- Baue mit 4er-Stangen aus Steckwürfeln einen Würfel.
- Baue mit 3er-Stangen aus Steckwürfeln einen Quader.

- Emma hat zwei 3er-Stangen. Wie viele Stangen benötigt sie für einen vollständigen Würfel?

In einem Gitternetz einfache geometrische Abbildungen darstellen, gelingt den Kindern beim Verkleinern (Halbieren) ebener Figuren besser, wenn das zugrundeliegende Gitternetz bereits halbiert und nur eine Figur zu übertragen ist. Zur Unterscheidung von mehreren übereinanderliegenden Figuren in einem Punkteraster ist eine ausgeprägte Figur-Grund-Wahrnehmung (Aufg. 25) notwendig. Diese Kompetenz ist ein Teilbereich der Raumvorstellung, an deren Ausprägung im Unterricht verstärkt gearbeitet werden sollte (s. empfohlene Unterrichtsmaterialien). Zur differenzierten Förderung der visuellen Wahrnehmung eignen sich unterschiedliche Farben der Figuren und verschiedene Größen der Raster.

Folgende Übungen bieten sich dafür an:

- Spannen von Figuren auf dem Geobrett,
- Übereinanderlegen von Figuren aus Buntpapier,
- Übertragen dieser Figuren durch das Einzeichnen in unterschiedliche Raster.

Die Herausforderung nimmt zu, wenn die Seitenlängen der Figur im gleichen Gitternetz halbiert und eingezeichnet werden sollen (Aufg. 33). Die Lösung erfordert das Textverständnis des Begriffs „halb so lang“ sowie das rechnerische und zeichnerische Umsetzen des Auftrages. Eine Möglichkeit der Förderung ist das Verbalisieren von Längen- und Größenverhältnissen (halb so lang, doppelt so groß, die Hälfte von, verkleinern, vergrößern).

Empfohlene landesweite Fortbildungen zu den Themen:

- Herausforderung und Chancen im Grundschulalltag – Fachtag für die Fächer Deutsch, Mathematik und Sachunterricht **am 03.11.18 in Halle - 18L191001**
- Sprachförderung im Mathematikunterricht der Grundschule – Lernumgebungen sprachsensibel gestalten, Tagesveranstaltung **am 05.12.18 in Halle - 18L193003**
- Qualitätssicherung im Mathematikunterricht – Aufgabenbeispiele, didaktische Anregungen und Materialien für die Primarstufe, Nachmittagsveranstaltungen **am 16.05.19 in Halle - 18L193001 und am 06.06.19 in Magdeburg - 18L193002**

Empfohlene Unterrichtsmaterialien:

- Zahlreiche Übungsformen zum Umgang mit Geld und anderen Größen sowie zum Ergänzen symmetrischer Figuren oder zur Förderung der Figur-Grund-Diskriminierung finden sich in der „Lernwerkstatt 9“ - MEDIENWERKSTATT MÜHLACKER unter: www.medienwerkstatt-online.de (zuletzt abgerufen am 20.06.2018)
- Übungen zum Verschieben, Kopieren und ergänzen symmetrischer Abbildungen bietet die App „Symmetrie Übungen für Kinder Lite“. (iOS/ Vers. 2.3, Alexandre Minard/AR Entertainment 2015, Lite Version kostenlos)“

Impressum

Herausgeber: Landesinstitut für Schulqualität und Lehrerbildung Sachsen-Anhalt (LISA)

Redakteurin: Sabine Schmidt

© ⓘ ⓘ Sie dürfen das Material weiterverbreiten, bearbeiten, verändern und erweitern. Sie müssen den Urheber nennen und kennzeichnen, welche Änderungen Sie vorgenommen haben. Sie müssen das Material und Veränderungen unter den gleichen Lizenzbedingungen weitergeben.

Alle bisher erschienenen Informationsblätter finden Sie auch auf dem Bildungsserver Sachsen-Anhalt unter: www.bildung-lsa.de/lisa-kurz-texte

Weitere Diagramme zu landesweiten Ergebnissen finden Sie auf dem Bildungsserver Sachsen-Anhalt unter: <http://www.bildung-lsa.de/lisa-kurz-texte>



Quellen:

- /1/ Kompetenzstufenmodell zu den Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich (Jahrgangsstufe 4) auf Grundlage des Ländervergleichs 2011. Überarbeitete Version in der Fassung vom 11. Februar 2013. Online unter: <http://www.iqb.hu-berlin.de/bista/ksm> (13.06.2018)

Weitere Diagramme zu landesweiten Ergebnissen (5/2018)

Vergleichsarbeit Mathematik im Schuljahrgang 3 – Auswertungsbericht

Schuljahr 2017/2018

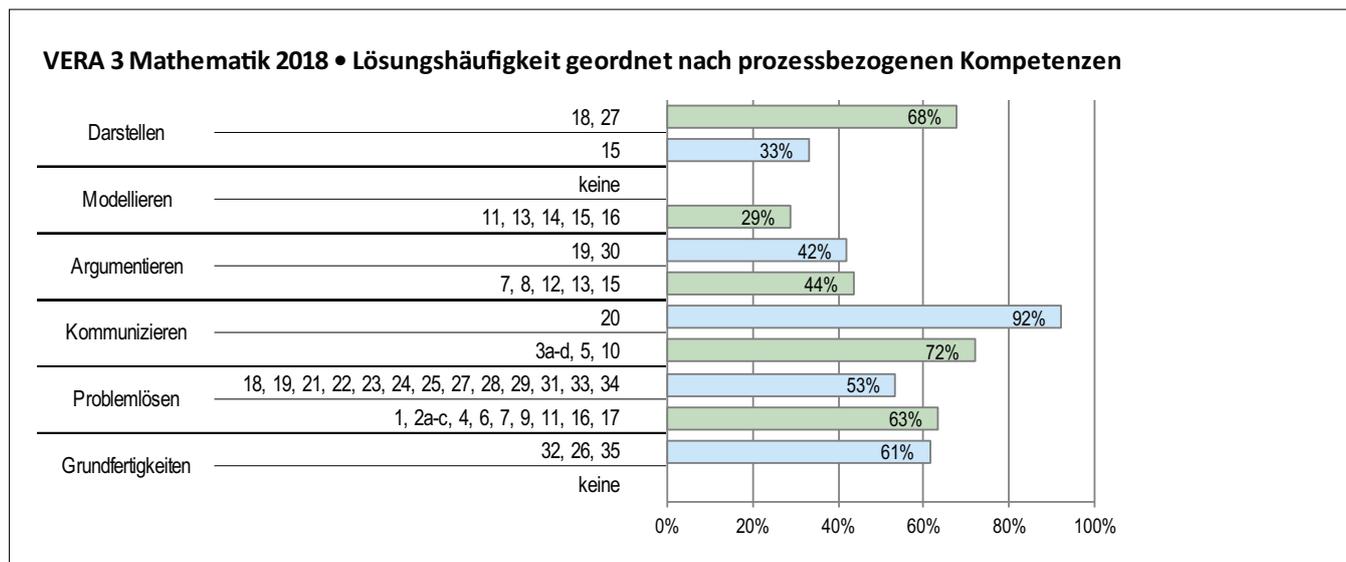


Abbildung: Landesergebnisse zu den prozessbezogenen Kompetenzen

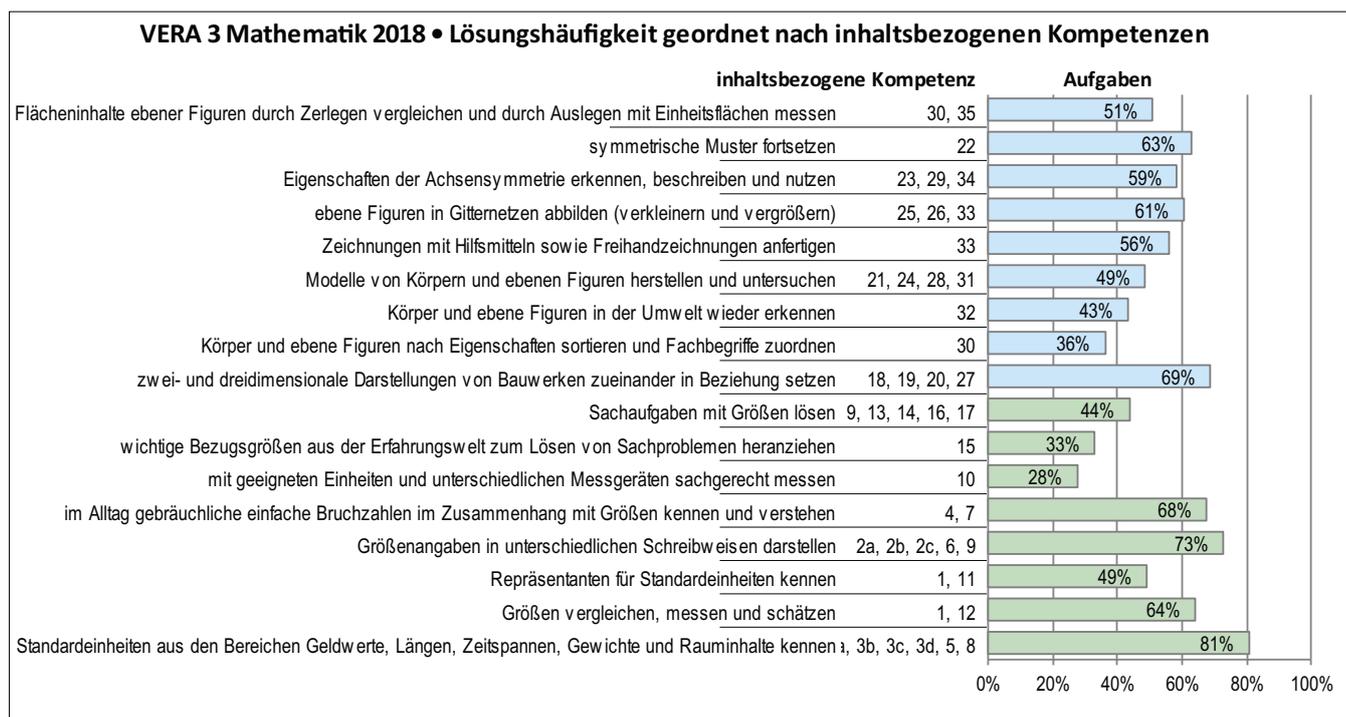


Abbildung: Landesergebnisse zu den inhaltsbezogenen Kompetenzen

Testbereiche: ■ Größen und Messen ■ Raum und Form