

## Solarenergie



### 1. Einordnung in den Fachlehrplan Gymnasium

<p><b>Kompetenzbereiche:</b> Raum und Form, Zuordnungen und Funktionen  <b>Kompetenzschwerpunkte:</b> Trigonometrie, Quadratische Gleichungen und quadratische Funktionen</p>
<p><u>Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen</u></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– trigonometrische Beziehungen anwenden</li> <li>– Seitenlängen, Winkelgrößen und Flächeninhalte von Dreiecken berechnen</li> <li>– inner- und außermathematische Anwendungsaufgaben, die auf trigonometrische Berechnungen führen, lösen</li> <li>– Argumente, insbesondere Nullstellen, und Funktionswerte quadratischer Funktionen grafisch ermitteln und berechnen</li> <li>– inner- und außermathematische Anwendungsaufgaben mithilfe quadratischer Gleichungen bzw. quadratischer Funktionen lösen</li> </ul>
<p><u>Allgemeine mathematische Kompetenzen:</u></p> <p>K1:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Aussagen umgangssprachlich, inhaltlich-anschaulich oder fachsprachlich begründen</li> <li>– situationsangemessen argumentieren</li> </ul> <p>K2:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Aufgabentexte inhaltlich erschließen, diese analysieren und aufgabenrelevante Informationen entnehmen</li> <li>– Lösungsverfahren auswählen und entwickeln sowie alternative Lösungswege angeben</li> </ul> <p>K3:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Strukturen und Beziehungen in Realsituationen erkennen und diese in geeignete mathematische Modelle überführen</li> <li>– im mathematischen Modell arbeiten</li> <li>– vorgegebene mathematische Modelle verstehen</li> </ul> <p>K4:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Verfahren zur Darstellung geometrischer Objekte anwenden und umkehrt aus derartigen Darstellungen Vorstellungen von diesen Objekten gewinnen</li> <li>– Informationen aus grafischen Darstellungen entnehmen und interpretieren sowie Informationen in grafischer Form darstellen</li> <li>– fachsprachliche und umgangssprachliche Formulierungen sachgerecht in mathematische Ausdrücke übersetzen und mathematische Ausdrücke verbalisieren</li> <li>– symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache übersetzen und umgekehrt</li> <li>– mit unterschiedlichen mathematischen Darstellungsformen arbeiten</li> </ul> <p>K5:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Regeln und Verfahren anwenden und reflektieren</li> <li>– mit mathematischen Objekten umgehen</li> <li>– analoge und digitale Hilfsmittel angemessen nutzen</li> </ul> <p>K6:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Informationen aus mathematikhaltigen Texten entnehmen, interpretieren und reflektieren</li> <li>– mathematische Überlegungen darlegen</li> </ul>

**Bezug zu grundlegenden Wissensbeständen:**

- Ankathete, Gegenkathete, Sinus, Kosinus, Tangens eines Winkels im rechtwinkligen Dreieck
- quadratische Gleichung, quadratische Funktion  $f: x \mapsto x^2$ , Eigenschaften quadratischer Funktionen und ihrer Graphen (auch: Symmetrieverhalten, Scheitelpunkt als Hoch- oder Tiefpunkt)

**2. Aufgabe**

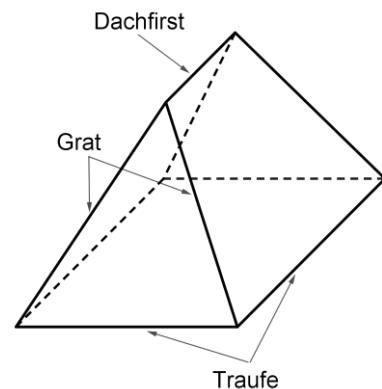
Art der Aufgabe	Hilfsmittel	Arbeitszeit	Schuljahrgang
Lernaufgabe	DMW	90 min	9

1

Ein Walmdach besteht aus vier geneigten Dachflächen. Die dreieckigen Dachflächen werden als Walme bezeichnet. Die Abbildung zeigt schematisch ein Walmdach.

Das Walmdach ist 4,00 m hoch und hat eine Länge von 12,00 m.

Die Traufe eines Walms ist 6,00 m lang. Die Neigung eines Grats gegen die Traufe des Walms beträgt  $55^\circ$ .



Das Walmdach ist symmetrisch. Die Walme werden durch gleichschenklige Dreiecke beschrieben, die zueinander kongruent sind. Der Dachfirst verläuft parallel zu den beiden längeren Traufen.

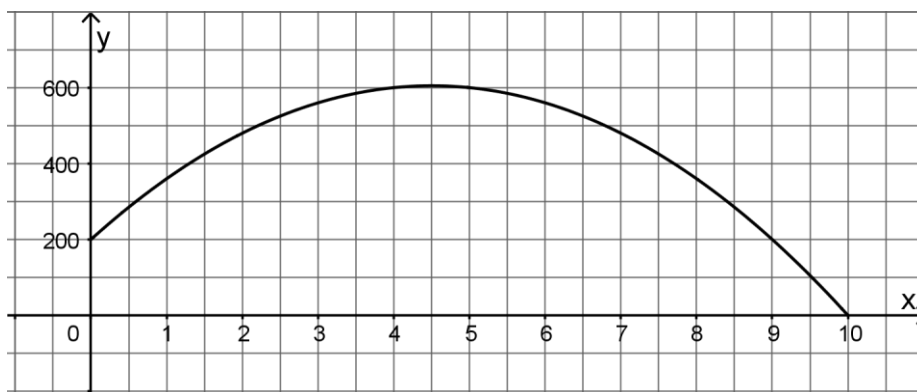
- a) Berechnen Sie die Länge eines Grats.
- b) Zeigen Sie, dass der Dachfirst eine Länge von etwa 8,93 Metern hat. Veranschaulichen Sie ihren Lösungsweg durch eine dazu passende Skizze.
- c) Berechnen Sie den Flächeninhalt einer viereckigen Dachfläche.

Auf die viereckigen Dachflächen werden Solarmodule zu einer Photovoltaikanlage montiert. Es wird angenommen, dass ein Solarmodul die Form eines Rechtecks mit einer Länge von 1,60 m und einer Breite von 1,00 Metern hat. Die Module können lückenlos montiert werden.

- d) Für eine optimale Ausrichtung der Solarmodule werden Neigungswinkel gegen die Horizontale zwischen  $30^\circ$  und  $60^\circ$  empfohlen. Untersuchen Sie, ob die Neigung der viereckigen Dachflächen der Empfehlung entsprechen.
- e) Ermitteln Sie die Anzahl der Solarmodule, die benötigt wird, um eine der viereckigen Dachfläche möglichst vollständig auszunutzen.

## 2

Die Leistung der Photovoltaikanlage wurde an einem bestimmten Tag über einen Zeitraum von zehn Stunden gemessen und kann in diesem Zeitraum mithilfe der in IR definierten Funktion  $p: x \mapsto -20x^2 + 180x + 200$  modellhaft beschrieben werden. Dabei ist  $x$  die seit Beginn der Messung um 8:00 Uhr vergangene Zeit in Stunden und  $p(x)$  die Leistung in Watt. Die Abbildung zeigt den Graphen von  $p$  für  $0 \leq x \leq 10$ .



Abbildung

- Interpretieren Sie die Gleichung  $p(2) = 480$  im Sachzusammenhang.
- Der Graph von  $p$  ist symmetrisch zur Geraden mit der Gleichung  $x = 4,5$ . Deuten Sie diese Eigenschaft des Graphen im Sachzusammenhang.
- Berechnen Sie die maximale Leistung, die die Photovoltaikanlage während der Messung erreicht.
- Der durchschnittliche stündliche Bedarf eines 4-Personen-Haushalts beträgt 0,4 kW. Ermitteln Sie den Zeitraum, in dem die Anlage den durchschnittlichen Bedarf übersteigt.
- Die durch die Photovoltaikanlage bereitgestellte Energie kann durch den Inhalt der Fläche, die der Graph von  $p$  mit den Koordinatenachsen einschließt, beschrieben werden. Untersuchen Sie, ob die Photovoltaikanlage im betrachteten Zeitraum mehr als 5 Kilowattstunden bereitstellt.

### 3. Anregungen und Hinweise zum unterrichtlichen Einsatz

Zum erfolgreichen Lösen der Aufgabe ist anwendungsbereites Grundwissen aus unterschiedlichen inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzbereichen notwendig. Somit empfiehlt sich der Einsatz dieser Aufgabe im zweiten Halbjahr des Schuljahrgangs 9. Bei entsprechend angepasstem schulinternen Curriculum ist die Aufgabe auch als Klassenarbeit unter Nutzung der in den Lösungserwartungen vorgeschlagenen Bewertungseinheiten (BE) möglich. Ebenfalls möglich ist die getrennte Bearbeitung in den jeweiligen Gebieten, hier verliert sich jedoch der verbindende Charakter beider Aufgabenteile.

Die Verwendung von digitalen Mathematikwerkzeugen (DMW) ist bei den Aufgaben 1e und 2d möglich und sinnvoll.

Beachtung verdient in der Auswertung das Bewusstmachen der jeweiligen Signalworte und der daraus resultierenden zu erwartenden Lösungsdarbietung. Die Darstellung des Graphen ist gewollt nur im modellierten Bereich erfolgt, um im Sachbezug zu bleiben. Dies und das Interpretieren der Gleichung in Teilaufgabe 2a ist mit den Lernenden zu thematisieren, ebenso die Dokumentation der Lösung der Teilaufgabe 2e (Kästchen zählen). Die in Teilaufgabe 2b ableitbaren Eigenschaften sollten gemeinsam diskutiert werden, auch unter dem Aspekt der Grenzen der Modellierung. Bei der Angabe der Start- und Endzeit in der Teilaufgabe 2d ist auf die Symmetrie des Zeitraumes hinzuweisen. Eine in der Teilaufgabe 2e mögliche Lösungsvariante durch Einzeichnen eines Rechtecks ( $500 \times 10$ ) als Bilanz sollte auch mit Blick auf die gymnasiale Oberstufe besprochen werden.

Im Nachgang zur kompletten Aufgabe bietet sich eine Rechercheaufgabe als mögliche Hausaufgabe an, welche vor allem die Lösung der Teilaufgabe 2e mit sachbezogenem Inhalt füllt (z.B. Verwendung von bereitgestellter Energie im Haushalt).

#### 4. Variationsmöglichkeiten

Aufgabe 1:

Bei einem anderen Walmdach ist die Traufe eines Walms 5,00 m lang. Ein Grat hat eine Länge von 4,50 m.

Berechnen Sie die Neigungswinkel sowie den Flächeninhalt eines Walms.

Aufgabe 2:

Variieren Sie die Lage des Graphen im Koordinatensystem, geben Sie die Änderung der Funktionsgleichung an und beschreiben Sie die daraus resultierenden Veränderungen im Sachzusammenhang.

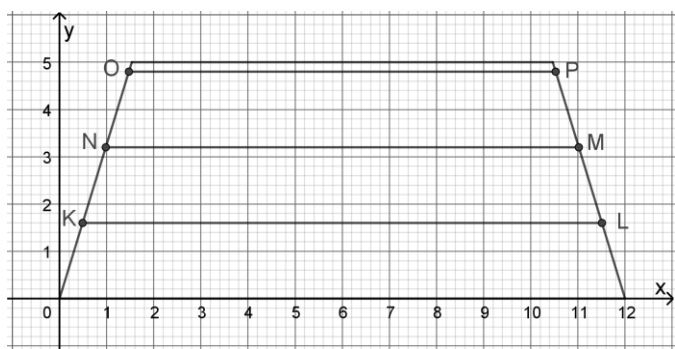
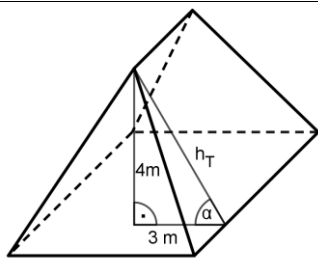
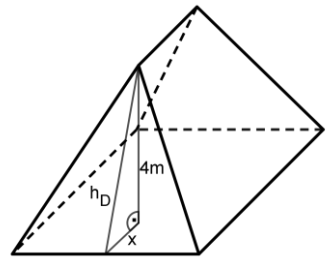
Aufgabe 2d:

Der durchschnittliche Bedarf eines 4-Personen-Haushalts beträgt 0,4 kW am Tag.

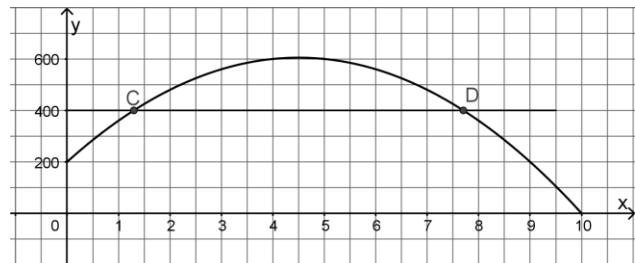
Berechnen Sie den Zeitraum, in dem die Anlage den durchschnittlichen Bedarf übersteigt.

5. Lösungserwartungen

Aufg.	Hinweise zur Lösung
1a)	Berechnen, z. B.: $\frac{3\text{ m}}{\cos 55^\circ} \approx 5,23\text{ m}$
1b)	Zeigen und Veranschaulichen, z. B.: Höhe im Dreieck: $h_D = 3\text{ m} \cdot \tan 55^\circ \approx 4,284\text{ m}$ $x^2 = h_D^2 - (4\text{ m})^2$ $x = \sqrt{h_D^2 - (4\text{ m})^2} \approx 1,535\text{ m}$ Länge des Dachfirsts: $12\text{ m} - 2 \cdot x \approx 8,93\text{ m}$
1c)	Berechnen, z. B.: Höhe im Trapez: $h_T = 5,00\text{ m}$ Flächeninhalt: $\frac{1}{2} \cdot (12\text{ m} + (12\text{ m} - 2 \cdot x)) \cdot h_T \approx 52,33\text{ m}^2$
1d)	Untersuchen, z. B.: $\tan \alpha = \frac{4}{3}; \alpha \approx 53,1^\circ$ $30^\circ < 53,1^\circ < 60^\circ$ Die Dachflächen entsprechen den Empfehlungen.
1e)	Ermitteln, z. B.: $ \overline{KL}  \approx 11,02$ $ \overline{NM}  \approx 10,04$ $ \overline{OP}  \approx 9,05$ $11 + 10 + 9 = 30$ ca. 30 Module  Hinweis: Die maßstäbliche Konstruktion wurde unter Nutzung von GeoGebra angefertigt. Die Streckenlängen werden in GeoGebra angezeigt.
2a)	Interpretieren, z. B.: Um 10:00 Uhr beträgt die Leistung der Photovoltaikanlage 480 Watt.
2b)	Deuten, z. B.: Die Leistung der Photovoltaikanlage ist um 11:00 Uhr genauso groß wie um 14:00 Uhr.



Aufg.	Hinweise zur Lösung
2c)	Berechnen, z. B.: $p(4,5) = 605$ maximale Leistung: 605 Watt
2d)	Ermitteln, z. B.: $C(1,3   400)$ ; $D(7,7   400)$ , d. h. zwischen 9:20 Uhr und 15:40 Uhr übersteigt die Leistung den durchschnittlichen Bedarf.  Hinweis: Unter Nutzung von GeoGebra werden die Koordinaten von C und D angezeigt.
2e)	Untersuchen, z. B.: Anzahl der Kästchen: ca. 86,5 $86,5 \cdot 0,5 \cdot 100 = 4325$ , d. h. die Anlage stellt im betrachteten Zeitraum nur ca. 4,3 Kilowattstunden bereit



**Einordnung der Kompetenzen**

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen					
		K1	K2	K3	K4	K5	K6
1 a	2		II	II		I	
1 b	5		III	II	III	II	
1 c	3		II		II	I	
1 d	3	I	II	II		I	
1 e	4		II		II	I	
2 a	2			II	I		I
2 b	1			II	I		II
2 c	2		I			I	
2 d	3		II		II	I	I
2 e	3		III	III	II		II

**6. Weiterführende Hinweise/Links**

Fächerübergreifend lassen sich Bezüge zur Geografie (bewusste Ressourcennutzung), vor allem jedoch zur Physik (Aufbau und prinzipielle Wirkungsweise eines Sonnenkollektors (7/8), Solarzellen zur nachhaltigen Energieversorgung (Klasse 9), Beitrag der Solarenergie zur Energiegewende (Klasse 11/12)) herstellen.

**7. Quellenverzeichnis**

Seite	Name der Quelle	Ursprung (Link oder Werk)
5 (Datengrundlage der Grafik)	Echtsolar, Jens Burkhardt, Alex-Wedding-Str. 3, 10178 Berlin	<a href="https://echtsolar.de/photovoltaik-leistung/">https://echtsolar.de/photovoltaik-leistung/</a>