

Fachlehrplan

Berufliches Gymnasium

01.08.2022



SACHSEN-ANHALT

Ministerium für Bildung

Mathematik

Inhaltsverzeichnis

Seite

1	Bildung und Erziehung im Fach Mathematik.....	4
2	Kompetenzentwicklung im Fach Mathematik.....	6
2.1	Kompetenzbereiche im Fach Mathematik.....	6
2.2	Allgemeine mathematische Kompetenzen.....	8
2.3	Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen und Wissensbestände.....	17
2.4	Bildung in der digitalen Welt und die Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge	19
2.5	Aufgabenpraktikum	24
2.6	Umgang mit der Verflechtungsmatrix	26
3	Kompetenzentwicklung in den Schuljahrgängen	27
3.1	Übersicht über die Kompetenzschwerpunkte.....	27
3.2	Schuljahrgang 11 (Einführungsphase)	28
3.3	Schuljahrgänge 12/13 (Qualifikationsphase)	33
3.3.1	Grundlegendes Anforderungsniveau	34
3.3.2	Erhöhtes Anforderungsniveau	40

1 Bildung und Erziehung im Fach Mathematik

Teilhabe und Teilnahme am gesellschaftlichen Leben

Der Erwerb von grundlegenden und anwendungsbereiten mathematischen Kenntnissen und Fähigkeiten sowie das damit verbundene Aneignen mathematischer Denk- und Arbeitsweisen schaffen wesentliche Voraussetzungen für eine erfolgreiche Teilhabe und Teilnahme am gesellschaftlichen Leben und für ein lebenslanges Lernen. Insbesondere ermöglichen die mathematischen Denk- und Handlungsstrategien eine unvoreingenommene Meinungsbildung und befördern die Entwicklung von Urteilsfähigkeit.

Der Mathematikunterricht wird im Wesentlichen durch folgende Grunderfahrungen geprägt:

- natürliche, soziale, technische und kulturelle Erscheinungen und Vorgänge mithilfe der Mathematik wahrnehmen, verstehen und unter Nutzung mathematischer Zusammenhänge beurteilen,
- Mathematik als geistige Schöpfung und auch deduktiv geordnete Welt eigener Art erfahren, mit ihrer Sprache, ihren Symbolen, Bildern und Formeln kennen und deren Bedeutung für die Beschreibung und Bearbeitung von Problemen inner- und außerhalb der Mathematik begreifen,
- allgemeine Problemlösefähigkeiten in der Bearbeitung und Auseinandersetzung mit Aufgaben erwerben.

Lebensweltbezogenes Lernen

Alltagsbewältigung sowie globales und lebensweltbezogenes Lernen basieren auf den genannten Grunderfahrungen. Neben konkreten mathematischen Kenntnissen und Arbeitsweisen befördern vielfältige Anwendungsmöglichkeiten Einsichten in eine zunehmend komplexer werdende hochtechnisierte Welt.

Der gymnasiale Mathematikunterricht trägt einerseits zur Entwicklung von Schlüsselkompetenzen wie insbesondere Sprachkompetenz, Lernkompetenz, Medienkompetenz und Sozialkompetenz bei, andererseits begünstigt die Entwicklung dieser Kompetenzen das Lernen von Mathematik und ermöglicht den Schülerinnen und Schülern, eigenverantwortlich die Zukunft mitzugestalten. Grundlegende mathematische Kompetenzen sind eine wesentliche Voraussetzung für demokratisches Handeln. Darüber hinaus leistet der Mathematikunterricht einen spezifischen Beitrag zur Kompetenzausprägung und -entwicklung in den Schlüsselkompetenzen auf mathematischem, naturwissenschaftlich-technischem und wirtschaftlichem Gebiet.

Durch die Befähigung der Schülerinnen und Schüler zum zunehmend selbstständigen Problemlösen bereitet der Mathematikunterricht sowohl auf die Bewältigung von Anforderungen der Berufs- und Arbeitswelt als auch auf die Bewältigung von Alltagssituationen vor.

Der gymnasiale Mathematikunterricht ist gekennzeichnet durch spezifische Arbeitsweisen, wie die Analyse von Problemsituationen, die Auswahl, Anwendung und Wertung von Problemlösestrategien sowie die Beurteilung und Reflexion von Lösungsvorschlägen. Dabei kommt der Schulung der sprachlichen Ausdrucksfähigkeit sowie des präzisen Sprachgebrauchs eine große Bedeutung zu. Schülerinnen und Schüler gewinnen damit wichtige Einsichten in Prozesse des Denkens und der Entscheidungsfindung. Insbesondere trägt der gymnasiale Mathematikunterricht so zur vertieften mathematischen Allgemeinbildung und allgemeinen Studierfähigkeit bei. Voraussetzung für den Erwerb der Allgemeinen Hochschulreife ist eine aktive, auf Vernetzung mit dem Vorwissen aufbauende und verständnisorientierte Auseinandersetzung der Schülerinnen und Schüler mit den zentralen Ideen und Konzepten der Mathematik. Innermathematische Formalisierungen sind dabei ebenso unverzichtbar wie das grundlegende Beherrschen relevanter Verfahren und Kalküle. Eigenständiges Erschließen mathematischer Texte, sachgerechte Interpretation von Grafiken und Tabellen, vollständige und sachbezogene Darstellung von Lösungswegen sowie kritisches Überprüfen und Reflektieren von Ergebnissen sind fachspezifische Bestandteile des wissenschaftspropädeutischen Arbeitens und unverzichtbarer Bestandteil des gymnasialen Mathematikunterrichts.

*Allgemeine
Hochschulreife
und
wissenschafts-
propädeutisches
Arbeiten*

2 Kompetenzentwicklung im Fach Mathematik

2.1 Kompetenzbereiche im Fach Mathematik

Mathematische Allgemeinbildung muss sich im verständnisvollen Umgang mit Mathematik und in der Fähigkeit zeigen, das „Werkzeug“ Mathematik funktional in verschiedenen Kontexten nutzen zu können. Sowohl für eine Kompetenzentwicklung in der Sekundarstufe I als auch für eine auf die Herausbildung einer Allgemeinen Hochschulreife gerichtete Kompetenzentwicklung ist eine Differenzierung von inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen zum einen und allgemeinen mathematischen Kompetenzen zum anderen sinnvoll.







Die zu erreichenden Ziele sind in den Bildungsstandards für das Fach Mathematik ausgewiesen. Bei der Gestaltung des Unterrichts an Beruflichen Gymnasien ist zu bedenken, dass die Bildungsstandards für die Allgemeine Hochschulreife auf denen für den Mittleren Schulabschluss aufsetzen. Der bezüglich des Mittleren Bildungsabschlusses beschriebene Zielkanon der Kompetenzentwicklung ist daher unter den Bedingungen gymnasialen Unterrichts ebenso zu berücksichtigen wie die anschließende Fortführung durch die Vorgaben der Bildungsstandards für die Allgemeine Hochschulreife.

Allgemeine mathematische Kompetenzen

Allgemeine mathematische Kompetenzen sind bestimmte Leistungsdispositionen zur Lösung von Aufgaben, die Fähigkeiten, Fertigkeiten, Kenntnisse und Verhaltenseigenschaften umfassen, die zwar fachspezifisch vom mathematischen Arbeiten geprägt, aber nicht an spezielle mathematische Inhalte gebunden sind.





Sie können jedoch nur durch inhaltsbezogene mathematische Tätigkeiten entwickelt werden. Oftmals werden beim Arbeiten an einer inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenz mehrere allgemeine mathematische Kompetenzen zugleich entwickelt.

Diese allgemeinen mathematischen Kompetenzen sind:

-  **K1** mathematisch argumentieren
-  **K2** Probleme mathematisch lösen
-  **K3** mathematisch modellieren
-  **K4** mathematische Darstellungen verwenden
-  **K5** mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen
-  **K6** mathematisch kommunizieren

Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen sind bestimmte *Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen* Leistungsdispositionen, die Fähigkeiten, Fertigkeiten, Kenntnisse und Verhaltenseigenschaften umfassen, und sich auf das Bewältigen von Anforderungen in speziellen mathematischen Inhaltsbereichen beziehen.

Diese Inhaltsbereiche sind:

-  Zahlen und Größen
-  Raum und Form
-  Zuordnungen und Funktionen
-  Daten und Zufall

Inhaltsbezogene und allgemeine mathematische Kompetenzen werden immer im Verbund erworben. Ebenso vollzieht sich das Lösen mathematischer Aufgaben stets im Wechselspiel von inhaltsbezogenen und allgemeinen mathematischen Kompetenzen.

Die Abbildung veranschaulicht die Verflechtung der inhaltsbezogenen und der allgemeinen mathematischen Kompetenzen.

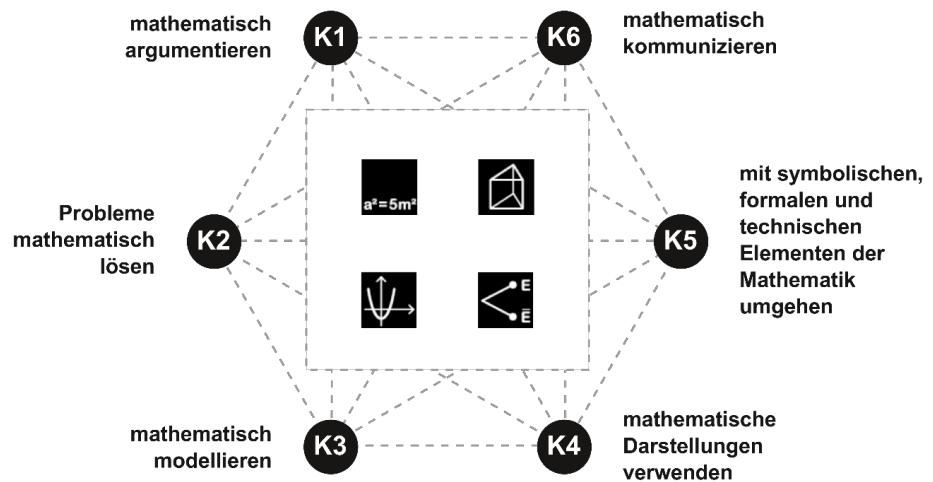


Abb.: Verflechtung der inhaltsbezogenen und der allgemeinen mathematischen Kompetenzen

2.2 Allgemeine mathematische Kompetenzen

Die allgemeinen mathematischen Kompetenzen sind in aktiver Auseinandersetzung mit inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen zu entwickeln.

Teilkompetenzen Im Sinne einer systematischen Entwicklung der allgemeinen mathematischen Kompetenzen ist eine differenzierte Zielbeschreibung hilfreich, wie sie im Folgenden durch das Aufgliedern in Teilkompetenzen erfolgt. Diese Teilkompetenzen sind exemplarisch und jede dieser Teilkompetenzen subsumiert kompetenzbezogene mathematische Aktivitäten unterschiedlicher kognitiver Ansprüche.

Die zu erreichenden Ausprägungen der allgemeinen mathematischen Kompetenzen in den drei Anforderungsbereichen haben sich am gymnasialen Anspruch zu orientieren.

K1 mathematisch argumentieren

- mathematische Sachverhalte, Begriffe, Regeln, Verfahren und Zusammenhänge erläutern
- Aussagen umgangssprachlich, inhaltlich-anschaulich oder fachsprachlich begründen, situationsangemessen argumentieren
- Aussagen beurteilen und formal beweisen
- Lösungswege beschreiben und begründen
- Aussagen zu mathematischen Inhalten nachvollziehen, erläutern und entwickeln

K2 Probleme mathematisch lösen

- Aufgabentexte inhaltlich erschließen, diese analysieren und aufgabenrelevante Informationen entnehmen
- heuristische Hilfsmittel, Strategien oder Prinzipien nutzen
- Lösungsverfahren auswählen und entwickeln sowie alternative Lösungswege angeben
- Ergebnisse interpretieren und Lösungswege reflektieren

K3 mathematisch modellieren

- Strukturen und Beziehungen in Realsituationen erkennen und diese in geeignete mathematische Modelle überführen
- im mathematischen Modell arbeiten
- Ergebnisse im Kontext prüfen und interpretieren
- vorgegebene mathematische Modelle verstehen und bewerten

K4 mathematische Darstellungen verwenden

- Verfahren zur Darstellung geometrischer Objekte anwenden und umkehrt aus derartigen Darstellungen Vorstellungen von diesen Objekten gewinnen
- Informationen aus grafischen Darstellungen entnehmen und interpretieren sowie Informationen in grafischer Form darstellen
- fachsprachliche und umgangssprachliche Formulierungen sachgerecht in mathematische Ausdrücke übersetzen und mathematische Ausdrücke verbalisieren
- symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache übersetzen und umgekehrt
- mit unterschiedlichen mathematischen Darstellungsformen (grafisch-visuell, algebraisch-formal, numerisch-tabellarisch, verbal-sprachlich) arbeiten

K5 mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen

- Regeln und Verfahren anwenden und reflektieren
- mit mathematischen Objekten umgehen
- analoge und digitale Hilfsmittel angemessen nutzen

K6 mathematisch kommunizieren

- Informationen aus mathematikhaltigen Texten entnehmen, interpretieren und reflektieren
- mit mathematischen Überlegungen von anderen umgehen
- mathematische Überlegungen darlegen
- sachgerechtes Verstehen und Gebrauchen der logischen Bestandteile der Sprache

Allgemeine mathematische Kompetenzen – Längsschnitt

Längsschnitt der Entwicklung allgemeiner mathematischer Kompetenzen

Ausgewählte Schwerpunkte der Entwicklung von Teilkompetenzen in den einzelnen Schuljahrgängen werden im Weiteren als Längsschnitt dargestellt. In den Übersichten (Längsschnitt) sind Akzentsetzungen und Orientierungen für eine kumulative Entwicklung der allgemeinen mathematischen Kompetenzen über den Mathematiklehrgang am Beruflichen Gymnasium in zwei Entwicklungsetappen angegeben.

Die allgemeinen mathematischen Kompetenzen sind nicht an spezielle Inhalte gebunden. Daher können sie prinzipiell in jedem Kompetenzschwerpunkt entwickelt werden, sofern die Aufgaben entsprechend zieladäquat gestellt sind.

K1

mathematisch argumentieren – Längsschnitt

Schuljahrgang 11	Schuljahrgänge 12/13
mathematische Sachverhalte, Begriffe, Regeln, Verfahren und Zusammenhänge erläutern	
<ul style="list-style-type: none"> – komplexe mathematische Zusammenhänge und Einsichten unter Verwendung der Fachsprache erläutern 	<ul style="list-style-type: none"> – in inner- und außermathematischen Situationen Strukturen und Zusammenhänge erläutern und darüber Vermutungen anstellen
Aussagen umgangssprachlich, inhaltlich-anschaulich oder fachsprachlich begründen, situationsangemessen argumentieren	
<ul style="list-style-type: none"> – in Begründungen und Argumentationsketten auch formale und symbolische Elemente und Verfahren nutzen sowie mathematisches Wissen und Alltagswissen für Begründungen kombinieren – Argumentationsketten, Modellierungen und deren Eignung bewerten 	<ul style="list-style-type: none"> – eigene Lösungswege und Modellierungen erläutern
Aussagen beurteilen und formal beweisen	
<ul style="list-style-type: none"> – Aussagen auf Wahrheit untersuchen 	<ul style="list-style-type: none"> – Aussagen in angemessener Fachsprache begründen und Vorgehen reflektieren – Wahrheit von Aussagen mit komplexer Struktur nachweisen – Beweise und anspruchsvolle Argumentationen nutzen, erläutern oder entwickeln
Lösungswege beschreiben und begründen	
<ul style="list-style-type: none"> – Lösungswege komplexer Aufgaben unter Verwendung von Fachbegriffen beschreiben und begründen – Vergleich als Möglichkeit zur Begründung von Lösungswegen nutzen 	<ul style="list-style-type: none"> – komplexe Lösungswege kohärent und vollständig darlegen und präsentieren
Aussagen zu mathematischen Inhalten nachvollziehen, erläutern und entwickeln	
<ul style="list-style-type: none"> – mathematische Texte erfassen und auswerten – Eigenschaften mathematischer Objekte miteinander vergleichen und auf weitere anwenden 	<ul style="list-style-type: none"> – Argumentationen und Begründungen auf Schlüssigkeit und Angemessenheit reflektieren und bewerten

K2

Probleme mathematisch lösen – Längsschnitt

Schuljahrgang 11	Schuljahrgänge 12/13
Aufgabentexte inhaltlich erschließen, diese analysieren und aufgabenrelevante Informationen entnehmen	
<ul style="list-style-type: none"> – verschiedene problemadäquate informative Darstellungen finden und erstellen 	<ul style="list-style-type: none"> – vorgegebene inner- und außermathematische Problemstellungen variieren und die Auswirkungen auf die Problemstellung untersuchen
heuristische Hilfsmittel, Strategien oder Prinzipien nutzen	
<ul style="list-style-type: none"> – unterschiedliche geeignete heuristische Strategien zum Problemlösen auswählen und diese anwenden 	<ul style="list-style-type: none"> – heuristische Strategien zum effizienten Problemlösen auswählen und diese anwenden – genutzte Strategien reflektieren und bewerten
Lösungsverfahren auswählen und entwickeln sowie alternative Lösungswege angeben	
<ul style="list-style-type: none"> – Lösungsverfahren miteinander kombinieren und übertragen sowie durch Zurückführen auf Standardverfahren entwickeln – Erfahrungsgewinn beim Lösen von Aufgaben bewusstmachen 	<ul style="list-style-type: none"> – Lösungswege beschreiben, vergleichen und bewerten – zum Beurteilen gefundener Lösungen algebraische Zusammenhänge geometrisieren bzw. umgekehrt nutzen
Ergebnisse interpretieren und Lösungswege reflektieren	
<ul style="list-style-type: none"> – Kontrollen durch Lösen von Aufgaben auf weiteren Lösungswegen durchführen – Vorgehensweise reflektieren sowie Vor- und Nachteile gefundener Lösungswege bewusstmachen 	<ul style="list-style-type: none"> – Kontrollen durch bewussten Bezug auf mathematische Existenz- und Allaussagen ausführen

K3

mathematisch modellieren – Längsschnitt

Schuljahrgang 11	Schuljahrgänge 12/13
Strukturen und Beziehungen in Realsituationen erkennen und diese in geeignete mathematische Modelle überführen	
<ul style="list-style-type: none"> – Modelle zur Beschreibung von Realsituationen durch Einbeziehen von Parametern verändern und anpassen – Modelle zur Beschreibung von Realsituationen verknüpfen 	<ul style="list-style-type: none"> – Realsituationen auch durch Modelle beschreiben, die z. B. die Infinitesimalrechnung erfordern
im mathematischen Modell arbeiten	
<ul style="list-style-type: none"> – quadratische Funktionen zur Ermittlung von Lösungen im mathematischen Modell verwenden – Zufallsgrößen, Vektoren oder Funktionen unterschiedlicher Funktionsklassen zur Ermittlung von Lösungen im mathematischen Modell verwenden 	<ul style="list-style-type: none"> – infinitesimale Methoden oder Wahrscheinlichkeitsverteilungen zur Ermittlung von Lösungen im mathematischen Modell verwenden
Ergebnisse im Kontext prüfen und interpretieren	
<ul style="list-style-type: none"> – Vereinfachungen und Idealisierungen erkennen, reflektieren und gegebenenfalls modifizieren – Zweckmäßigkeit eines Modells beurteilen 	<ul style="list-style-type: none"> – mathematische Ergebnisse in Bezug auf Realsituation interpretieren und gegebenenfalls Modell modifizieren
vorgegebene mathematische Modelle verstehen und bewerten	
<ul style="list-style-type: none"> – einem komplexen oder unvertrauten Modell eine passende Realsituation zuordnen – verschiedene Modelle mit Bezug auf gegebene Realsituation analysieren, vergleichen und bewerten 	<ul style="list-style-type: none"> – einem Modell verschiedene passende Realsituationen zuordnen – die Grenzen von Modellen und der mathematischen Beschreibung von Realsituationen reflektieren – Vereinfachungsschritte einer vorgegebenen Modellierung reflektieren

K4

mathematische Darstellungen verwenden – Längsschnitt

Schuljahrgang 11	Schuljahrgänge 12/13
Verfahren zur Darstellung geometrischer Objekte anwenden und umgekehrt aus derartigen Darstellungen Vorstellungen von diesen Objekten gewinnen	
<ul style="list-style-type: none"> – räumliche Gegebenheiten für die konstruktive bzw. trigonometrische Behandlung derselben in der Ebene darstellen – geometrische Sachverhalte axonometrisch darstellen oder aus solchen Darstellungen Informationen entnehmen 	<ul style="list-style-type: none"> – geometrische Grundobjekte und ihre Lagebeziehungen visualisieren
Informationen aus grafischen Darstellungen entnehmen und interpretieren sowie Informationen in grafischer Form darstellen	
<ul style="list-style-type: none"> – Histogramme und Boxplots anfertigen und auswerten – Graphen von Funktionen unterschiedlicher Funktionsklassen zeichnen und solche Graphen interpretieren 	<ul style="list-style-type: none"> – Ableitungsgraphen aus dem Funktionsgraphen entwickeln und umgekehrt – Tabellen und Grafiken zur Darstellung von Verteilungen nutzen
fachsprachliche und umgangssprachliche Formulierungen sachgerecht in mathematische Ausdrücke übersetzen und mathematische Ausdrücke verbalisieren	
<ul style="list-style-type: none"> – lineare und nichtlineare Gleichungen, Funktionsgleichungen aufstellen und verbalisieren – Häufigkeitsverteilungen analytisch beschreiben – Funktionsgleichungen mit Parametern aufstellen und verbalisieren – stochastische Situationen durch Zufallsgrößen kennzeichnen und deren Eigenschaften analytisch beschreiben 	<ul style="list-style-type: none"> – sachgerechtes Arbeiten mit Symboliken der Infinitesimalrechnung – analytisches Beschreiben geometrischer Objekte und geometrisches Interpretieren analytischer Ausdrücke
symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache übersetzen und umgekehrt	
<ul style="list-style-type: none"> – Zusammenhänge mithilfe von quadratischen Funktionen beschreiben – Beziehungen zwischen symbolsprachlichen Darstellungsformen sowie zwischen Darstellungsformen wechseln 	<ul style="list-style-type: none"> – Notationsformen der Infinitesimalrechnung verstehen und anwenden
mit unterschiedlichen mathematischen Darstellungsformen (grafisch-visuell, algebraisch-formal, numerisch-tabellarisch, verbalsprachlich) arbeiten	
<ul style="list-style-type: none"> – für einen Sachverhalt verschiedene Darstellungsformen entwickeln und zweckgerichtet beurteilen – Funktionen identifizieren und klassifizieren, die in Tabellen, Termen, Gleichungen und Graphen dargestellt sind – zeichnerische und symbolsprachliche Darstellungsformen verständlich kombiniert verwenden 	<ul style="list-style-type: none"> – verschiedene Darstellungsformen und Darstellungen verwenden, zwischen diesen wechseln und zweckgerichtet beurteilen – Möglichkeiten und Grenzen verschiedener Darstellungen und Darstellungsformen reflektieren

K5

mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen – Längsschnitt

Schuljahrgang 11	Schuljahrgänge 12/13
Regeln und Verfahren anwenden und reflektieren	
<ul style="list-style-type: none"> – komplexe Verfahren anwenden – verschiedene Lösungs- und Kontrollverfahren bewerten – Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Verfahren reflektieren – geeignete Verfahren zum Lösen von Gleichungssystemen anwenden 	<ul style="list-style-type: none"> – Verfahren effizient anwenden – zur Lösung von Problemen die Nutzung elementarer Verfahren und Verfahren der Infinitesimalrechnung vergleichen und reflektieren
mit mathematischen Objekten umgehen	
<ul style="list-style-type: none"> – mit mathematischen Objekten auch im komplexen Kontext umgehen 	<ul style="list-style-type: none"> – auch unter Verwendung der Methoden der Infinitesimalrechnung mit mathematischen Objekten im Kontext umgehen
analoge und digitale Hilfsmittel angemessen nutzen	
<ul style="list-style-type: none"> – zielgerichtetes und effizientes Bearbeiten von Aufgaben unter Verwendung von Kurvenschablonen – digitale Hilfsmittel, z. B. zur Untersuchung der Eigenschaften von Funktionen einsetzen – Möglichkeiten und Grenzen der Nutzung mathematischer Werkzeuge reflektieren 	<ul style="list-style-type: none"> – Möglichkeiten und Grenzen der Nutzung mathematischer Werkzeuge unter Einbeziehung aller Sachgebiete reflektieren

K6

mathematisch kommunizieren – Längsschnitt

Schuljahrgang 11	Schuljahrgänge 12/13
Informationen aus mathemathikhaltigen Texten entnehmen, interpretieren und reflektieren	
<ul style="list-style-type: none"> – Informationen und Daten aus mathemathikhaltigen Texten, mündlichen Äußerungen oder sonstigen Quellen miteinander vergleichen, bewerten und ggf. korrigieren 	<ul style="list-style-type: none"> – selbstständig Fachtexte aus verschiedenen Quellen sinnentnehmend erfassen und bei der Arbeit an mathemathischen Problemen verwenden
mit mathemathischen Überlegungen von anderen umgehen	
<ul style="list-style-type: none"> – mathemathische Überlegungen von anderen verstehen, auf Schlüssigkeit und Vollständigkeit überprüfen und darauf eingehen – mehrschrittige mathemathische Argumentationen nachvollziehen und beurteilen 	<ul style="list-style-type: none"> – mathemathische Überlegungen von anderen verstehen, auf Schlüssigkeit und Vollständigkeit überprüfen und darauf eingehen
mathemathische Überlegungen darlegen	
<ul style="list-style-type: none"> – mathemathische Überlegungen unter Verwendung der Fachsprache verständlich mitteilen – Problembearbeitungen unter Verwendung geeigneter Medien präsentieren 	<ul style="list-style-type: none"> – Problembearbeitungen und zugehörige mathemathische Zusammenhänge unter Verwendung geeigneter Medien verständlich darstellen
sachgerechtes Verstehen und Gebrauchen der logischen Bestandteile der Sprache	
<ul style="list-style-type: none"> – Singular und Plural im Zusammenhang mit Eigenschaften von Funktionen korrekt verwenden 	<ul style="list-style-type: none"> – notwendige und hinreichende Bedingungen unterscheiden

2.3 Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen und Wissensbestände

Die Inhaltsbereiche „Zahlen und Größen“, „Raum und Form“, „Zuordnungen und Funktionen“ sowie „Daten und Zufall“ enthalten Wissensbestände des Faches Mathematik, die als Teil menschlichen Kulturgutes relativ konstant, exemplarisch, kumulativ ausbaufähig und vielseitig inner- und außer-mathematisch anwendbar sind.

Im Folgenden werden zu jedem Inhaltsbereich die grundlegenden mathematikspezifischen Sichten umrissen und zugehörige Wissensbestände benannt, die in einem engen Zusammenhang zu den inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen stehen. Diese Kompetenzen werden im Kapitel 3 differenziert dargestellt.

Zahlen und Größen



Dem **Inhaltsbereich „Zahlen und Größen“** sind jene Wissensbestände zuzuordnen, die Grundlage sachgerechten Arbeitens mit Größen darstellen. Das Ausführen von Rechenoperationen in verschiedenen Zahlbereichen geht einher mit der Entwicklung sinntragender Größenvorstellungen. Der Unterricht der Qualifikationsphase stellt insbesondere Methoden der analytischen Geometrie wie auch den Begriff des bestimmten Integrals zur Berechnung von Streckenlängen und Winkelgrößen sowie Flächen- und Rauminhalten bereit. Bedeutsames Mittel zur Arbeit mit Größen ist ein geeignetes Koordinatisieren diesbezüglicher Sachverhalte in Ebene und Raum. Sicheres Rechnen mit und ohne Hilfsmittel sowie das Lösen von Gleichungen und linearen Gleichungssystemen stellen wesentliche Schwerpunkte dar.

Zum **Inhaltsbereich „Raum und Form“** gehören jene Wissensbestände, die ausgehend vom Vorstellungsraum zu den idealisierten, gedanklich konstruierten Objekten der Geometrie führen. Punkt, Gerade, ebene Figuren und Körper sowie deren Beziehungen untereinander bilden den Kernbestand geometrischen Wissens und eines lebensverbundenen Geometrieunterrichts. Im Unterricht der Qualifikationsphase stellen die Beschreibung von Geraden und Ebenen wie auch die Untersuchung ihrer Lagerrelationen zueinander mit den Mitteln der analytischen Geometrie einen wesentlichen Bestandteil dar. Dabei kommt dem Arbeiten mit Vektoren in vielfältigen Zusammenhängen besondere Bedeutung zu.

Raum und Form



Dem **Inhaltsbereich „Zuordnungen und Funktionen“** sind jene Wissensbestände zuzuordnen, die zur mathematischen Beschreibung und Analyse quantifizierter Aspekte von Zusammenhängen zwischen getrennt wahrnehmbaren Phänomenen benötigt werden. Es handelt sich um grundlegende funktionale Beziehungen, die u. a. genutzt werden, um Veränderungsprozesse wie Wachstum, Periodizität oder Proportionalität zu beschreiben. Der Unterricht in der Qualifikationsphase eröffnet durch das Kalkül der Infinitesimalrechnung die Betrachtung von Änderungsraten und Extremaleigenschaften. Kenntnisse über das Differenzieren und Integrieren sowie um solche Funktionseigenschaften wie Differenzierbarkeit und Monotonie sind dabei zentrale Inhalte.

Zuordnungen und Funktionen



Der **Inhaltsbereich „Daten und Zufall“** umfasst Wissensbestände, die der Einsicht Rechnung tragen, dass es in unserer Welt zufallsbehaftete Erscheinungen und stochastische Prozesse gibt, die mit mathematischen Mitteln erfasst, analysiert und auch zur Prognose verwendet werden können. Hierzu gehören statistische Kennmaße wie Mittelwerte und Streuung, der Begriff der Wahrscheinlichkeit sowie stochastische Verteilungen. Neben dem Umgehen mit bedingten Wahrscheinlichkeiten und der Anwendung von Methoden der beurteilenden Statistik ist auch die Binomialverteilung wesentlicher Schwerpunkt des Unterrichts der Qualifikationsphase.

Daten und Zufall



2.4 Bildung in der digitalen Welt und die Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge

Das Fach Mathematik leistet einen spezifischen Beitrag, die Schülerinnen und Schüler auf das Leben und Arbeiten in einer durch zunehmende Digitalisierung geprägten Gesellschaft vorzubereiten.

In der aktiven Auseinandersetzung mit mathematischen Texten, Gegenständen und Inhalten sind im Mathematikunterricht folgende Kompetenzen zu entwickeln.

Arbeiten mit Medien

- Informationen zu mathematischen Inhalten und Sachverhalten recherchieren (z. B. Fachliteratur, webbasierte Recherche)
- mathemathikhaltige Informationen, Daten und Darstellungen in Alltagsmedien unter mathematischen Gesichtspunkten beschreiben, analysieren, vergleichen und kritisch bewerten
- analoge Medien (z. B. Lehrbücher, Körpermodelle, Formelsammlung) und digitale Medien (z. B. Software, mobile Apps, Applets, Lernplattformen) bewusst und kriteriengeleitet auswählen und nutzen

Produzieren und Präsentieren

- Lernprozesse dokumentieren und reflektieren
- Textverarbeitungsprogramme, Präsentationsmedien und geeignete digitale Mathematikwerkzeuge zur Darstellung mathematischer Sachverhalte nutzen
- Medienprodukte (z. B. Erklärvideos, Präsentationen) zu mathematischen Sachverhalten konzipieren, erstellen und präsentieren

Wie die allgemeinen mathematischen Kompetenzen sind diese Kompetenzen nicht an spezielle Inhalte gebunden. Daher können sie prinzipiell in jedem Kompetenzschwerpunkt entwickelt werden. Ab Kapitel 3.2 werden diese Kompetenzen in der Verflechtungsmatrix vor jedem Schuljahrgang gestuft abgebildet. Ausgehend vom mathematischen Inhalt ist die Entwicklung dieser Kompetenzen bei der Unterrichtsplanung zu berücksichtigen.

Als spezifische Form digitaler Werkzeuge sind digitale Mathematikwerkzeuge für den Mathematikunterricht von besonderer Bedeutung.

Neben dem „klassischen“ wissenschaftlichen Taschenrechner besteht ein für den Mathematikunterricht relevantes digitales Mathematikwerkzeug aus Modulen, wie z. B.:

- einem Tabellenkalkulationsmodul,
- einem Modul zum Darstellen von Funktionsgraphen,
- einem dynamischen Geometriemodul,
- einem Computeralgebra-Modul,
- einem Statistikmodul

Es wird vorausgesetzt, dass die Module in geeigneter Weise korrespondieren können.

*Digitale
Mathematik-
werkzeuge*

Die Entwicklung mathematischer Kompetenzen kann durch eine didaktisch begründete zieladäquate Nutzung digitaler Mathematikwerkzeuge im Mathematikunterricht unterstützt werden. Da grafische, numerische und algebraische Darstellungsmöglichkeiten effizient vernetzt sind, unterstützen digitale Mathematikwerkzeuge vernetztes Begriffslernen. Differenzierend für unterschiedliche Lerntypen eingesetzt, entfaltet sich das Potential dieser Werkzeuge besonders

- beim **Entdecken** mathematischer Zusammenhänge, insbesondere durch mathematisches Experimentieren beim Modellieren und Problemlösen,
- durch **Verständnisförderung** für mathematische Zusammenhänge, insbesondere durch Nutzung vielfältiger Darstellungsmöglichkeiten,
- durch **Entlastung** beim Ausführen algorithmischer Verfahren,
- durch **Erweiterung von Lösungsmöglichkeiten** sowie Unterstützung individueller Zugänge beim Bearbeiten von Aufgaben,
- durch die reflektierte Nutzung von **Kontrollmöglichkeiten**.

*Potential im
Unterricht*

Die Schülerinnen und Schüler nutzen digitale Mathematikwerkzeuge im Unterricht. Diesbezüglich gelten für die Nutzung in der Hand der Lernenden die folgenden Richtlinien.

*Einsatz-
möglichkeiten*

(1) Das didaktische Potential von digitalen Mathematikwerkzeugen vor allem beim Entdecken mathematischer Zusammenhänge, zur Verständnisförderung und für Kontrollmöglichkeiten soll prinzipiell genutzt werden. Hier bestehen in Abhängigkeit vom Inhaltsbezug besondere Einsatzmöglichkeiten für die jeweiligen digitalen Mathematikwerkzeuge.

Die Schülerinnen und Schüler nutzen digitale Mathematikwerkzeuge insbesondere zum

- Lösen von Gleichungen, Gleichungssystemen und Ungleichungen,
- Messen geometrischer Größen wie Streckenlängen und Flächeninhalten,
- Darstellen von Funktionen als Grafiken oder Wertetabellen,
- Ermitteln von Ableitungen und Stammfunktionen sowie zum Berechnen bestimmter Integrale,
- Durchführen von Operationen mit Vektoren und zum Darstellen von Repräsentanten von Vektoren oder Vektorsummen sowie geometrischen Objekten aus Ebene und Raum,
- Berechnen von Kenngrößen statistischer Daten, von Wahrscheinlichkeitsverteilungen und von Wahrscheinlichkeiten binomialverteilter und normalverteilter Zufallsgrößen,
- Darstellen statistischer Daten in Diagrammen und speziell in Histogrammen,
- Generieren von Zufallszahlen und zum Variieren von Parametern bei Funktionen und speziell Wahrscheinlichkeitsverteilungen.

*Zieladäquate
Nutzung*

(2) Didaktisch begründete und zieladäquate Nutzung digitaler Mathematikwerkzeuge bedeutet, dass

- ein Verständnis für algorithmische Verfahren zu entwickeln ist,
- algorithmische Verfahren in einfachen Fällen auch hilfsmittelfrei ausgeführt werden können,
- Möglichkeiten der Entlastung von aufwändigen algorithmischen Prozeduren im Aufgabenlöseprozess zugunsten kreativer Handlungen wie Erkunden von Zusammenhängen, Modellieren von Anwendungssituationen, Veranschaulichen und Konkretisieren von Allgemeinaussagen genutzt werden.

(3) In der Hand der Lernenden ermöglichen digitale Mathematikwerkzeuge heuristisch-experimentelles Arbeiten beim Problemlösen und unterstützen damit individuelle Lösungswege. Sie bieten den Lernenden vielfältige Möglichkeiten für Fehleranalysen und tragen zu mehr Eigenverantwortung beim Lernen bei. Generell sollen die Schülerinnen und Schüler befähigt werden, die digitalen Mathematikwerkzeuge als ein Hilfsmittel (neben z. B. Formelsammlungen, geometrischen Modellen, Zeichengeräten) situationsgerecht, sinnvoll und verständlich zu nutzen. Dazu ist ein systematischer Aufbau von Werkzeugkompetenzen bei Schülerinnen und Schülern erforderlich, wobei nicht nur die Bedienkompetenz zu entwickeln ist, sondern auch die Fähigkeiten zur bewussten und zielgerichteten Auswahl eines geeigneten Werkzeugs vor der eigentlichen Bearbeitung eines Problems sowie die Reflexion über Möglichkeiten und Grenzen.


*Verständige
Nutzung*

(4) Bei Lernkontrollen können die im Mathematikunterricht integrierten digitalen Mathematikwerkzeuge verwendet werden. Lehrkräfte können die Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge ausschließen, wenn sie es hinsichtlich der Zielstellung der Lernkontrollen für geboten halten. Die Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge im Rahmen der Abiturprüfung ist gesondert geregelt.

Lernkontrollen

Die im Kapitel 3 aufgeführten Kompetenzen sind grundsätzlich so zu entwickeln, dass sie unabhängig von der Nutzung digitaler Mathematikwerkzeuge ausgeprägt sind.

Verpflichtende Verwendung digitaler Werkzeuge In nachfolgenden Übersichten wird die verpflichtende Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge ausgewiesen. Die Schülerinnen und Schüler sollen die aufgeführten Kompetenzen auch unter Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge nachweisen können.

Inhaltsbereich:  Zahlen und Größen

Schuljahrgänge	Kompetenzen
ab 11	<ul style="list-style-type: none"> – mit Potenzen, Wurzeln und Logarithmen rechnen – Wurzel, Exponential- und Logarithmusgleichungen lösen – lineare Gleichungssysteme lösen

Inhaltsbereich:  Zuordnungen und Funktionen

Schuljahrgänge	Kompetenzen
ab 11	<ul style="list-style-type: none"> – Einfluss von Parametern auf Lage und Form der Graphen von Funktionen untersuchen – Eigenschaften von Funktionen und ihrer Graphen untersuchen
ab 12/13	<ul style="list-style-type: none"> – Verhalten von Funktionen im Unendlichen untersuchen und bei Annäherung an eine Stelle untersuchen – Ableitungsfunktionen und Stammfunktionen bilden – bestimmte Integrale berechnen

Inhaltsbereich:  Raum und Form

Schuljahrgänge	Kompetenzen
ab 11	<ul style="list-style-type: none"> – trigonometrische Berechnungen ausführen – grundlegende geometrische Örter darstellen – räumliche Sachverhalte angemessen koordinatisieren bzw. visualisieren – Rechenoperationen mit Vektoren ausführen
ab 12/13	<ul style="list-style-type: none"> – Lagebeziehungen von Punkten, Geraden und Ebenen veranschaulichen – Gleichungen geometrischer Objekte gewinnen

Inhaltsbereich:  Daten und Zufall

Schuljahrgänge	Kompetenzen
ab 11	<ul style="list-style-type: none"> – Lage- und Streumaße von Häufigkeitsverteilungen ermitteln – Häufigkeitsverteilungen darstellen – Erwartungswerte und Standardabweichungen von Zufallsgrößen berechnen
ab 12/13	<ul style="list-style-type: none"> – Wahrscheinlichkeitsverteilungen grafisch darstellen – Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen, die durch binomialverteilte bzw. normalverteilte Zufallsgrößen beschrieben werden, ermitteln

2.5 Aufgabenpraktikum

Bei der Entwicklung von fachbezogenen Kompetenzen im Mathematikunterricht kommt den Aufgabenpraktika eine große Bedeutung zu.

Aufgabenpraktika sind mindestens einmal pro Schuljahr etwa im Umfang von zwei Unterrichtswochen zu gestalten.

Die Schülerinnen und Schüler sollen zunehmend selbstständig Lösungswege finden, indem sie aus immer umfangreicheren Wissens- und Könnensbereichen die erforderlichen Elemente auswählen und entsprechend den Aufgabenbedingungen bei der Lösung von inner- und außermathematischen Aufgaben anwenden müssen.

*Lösungswege
selbstständig
finden*

In erster Linie sind die Fähigkeiten im sicheren und flexiblen Anwenden des mathematischen Wissens und Könnens weiterzuentwickeln. Das Ausprägen und Verflechten von allgemeinen mathematischen Kompetenzen in Anwendungssituationen ist das Hauptziel.

*Verflechten von
Kompetenzen*

Schwerpunkte sind:

- Ermitteln des „mathematischen Kerns“ eines Problems und eines geeigneten mathematischen Modells (ggf. unter Nutzung von Skizzen, Tabellen u. a.),
- Begründen von Lösungswegen durch Bezug auf entsprechende Begriffe, Sätze und Verfahren,
- Wiedererkennen geometrischer Objekte und Formen in der Realität, Vorstellen derselben aufgrund von Beschreibungen und Darstellen geometrischer Objekte in der Ebene,
- überlegtes und zugleich rationelles Verwenden von Hilfsmitteln (insbesondere Formelsammlungen, digitale Mathematikwerkzeuge),
- Arbeiten mit sinnvoller, dem Sachverhalt sowie den Ausgangswerten angemessener Genauigkeit,
- sachgerechter Gebrauch der deutschen Sprache in Verbindung mit Elementen der Fachsprache beim Beschreiben mathematischer Sachverhalte, beim Begründen von Lösungswegen, beim Interpretieren und ggf. Werten der Resultate.

<i>Aufgaben mit komplexem Charakter</i>	In den Aufgabenpraktika sollen vor allem Aufgaben mit komplexem Charakter, durch die die Steuerung der Aufgabenbearbeitung zunehmend auf die Schülerinnen und Schüler übergeht, bearbeitet werden. Komplexität kann je nach Zielstellung auf verschiedenen Ebenen verwirklicht werden, z. B. durch Variation von Anforderungen innerhalb vielfältiger vorgegebener Teilaufgaben („entfaltete Komplexaufgaben“) bis hin zu Problemaufgaben, in deren Lösungsprozess erst Teilaufgaben herauszuarbeiten sind („nichtentfaltete Komplexaufgaben“).
<i>Aufgabenkultur</i>	Vielfalt und Wechsel der Anforderungen sind wesentliche Merkmale einer guten Aufgabenkultur. Dies kann zum einen durch eine angemessene Breite an Aufgabentypen erreicht werden. Neben den oft dominierenden Bestimmungsaufgaben sollen z. B. auch Begründungs- und Beurteilungsaufgaben sowie Aufgaben, die ein Erläutern oder Beschreiben erfordern, Umkehraufgaben und lebensnahe Sachaufgaben in den Aufgabenpraktika gestellt werden. Zum anderen sollen auch verschiedene Lösungswege und Darstellungsformen thematisiert und reflektiert werden.
<i>Aufgabenvielfalt</i>	Anregungen hinsichtlich Vielfalt und Anspruch geben u. a. auch die Aufgaben aus den Abiturprüfungen sowie niveaubestimmende Aufgaben.
<i>Unterrichtsgestaltung</i>	Für die Gestaltung des Unterrichts ist es besonders wichtig, dass den unterschiedlichen Entwicklungsständen der Schülerinnen und Schüler Rechnung getragen sowie in angemessener Weise ihre Interessen berücksichtigt werden. Ebenso ist ein hoher Anteil an selbstständiger Schülertätigkeit zu gewährleisten. Es bieten sich dabei vielfältige Organisationsformen an, z. B. kooperatives Arbeiten, projektartiges Vorgehen.

Eine vielfältige Aufgabenkultur zeichnet sich insbesondere durch die Nutzung mathematischer Strukturen und Zusammenhänge in Kontexten der realen Welt aus. Aufgaben mit Anwendungen aus der Lebenswelt sollen hierbei den gleichen Stellenwert wie innermathematische Aufgaben einnehmen. Die Aufgabenvielfalt leistet so einen wichtigen Beitrag zum nachhaltigen Handeln der Schülerinnen und Schüler. Sie begreifen ihre Verantwortung in einer global vernetzten Welt, um diese Welt nachhaltig mitzugestalten. Die Aufgabenpraktika sollen dieses Bewusstsein stärken, indem gezielt Aufgaben zu ökologisch, ökonomisch, sozial und politisch relevanten Aspekten der globalen Entwicklung ausgewählt und thematisiert werden, um die Kompetenzbereiche Erkennen, Bewerten und Handeln altersangemessen abzubilden. Dabei eignen sich die Inhaltsbereiche „Zuordnungen und Funktionen“ sowie „Daten und Zufall“ in besonderer Weise.

*Beitrag zur Bildung
für nachhaltige
Entwicklung*

2.6 Umgang mit der Verflechtungsmatrix

Die Wechselbeziehungen der allgemeinen mathematischen Kompetenzen, inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen und Kompetenzen in der digitalen Welt werden in Verflechtungsmatrizen abgebildet.

*Verflechtungs-
matrix*

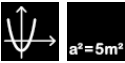


Die Kompetenzen in der digitalen Welt und die allgemeinen mathematischen Kompetenzen sind nicht an konkrete Inhalte gebunden. Daher können sie prinzipiell in jedem Kompetenzschwerpunkt entwickelt werden, sofern Aufgaben entsprechend zieladäquat gestellt sind. Bestimmte Inhalte eignen sich jedoch besonders für die Herausbildung von Kompetenzen. Diese Inhalte sind exemplarisch innerhalb dieser Verflechtungsmatrizen den Schuljahrgängen vorangestellt. Sie sind als förderliche Verknüpfung von allgemeinen und inhaltsbezogenen Kompetenzen zu lesen und können unter Berücksichtigung der gestuften Ausprägung der Kompetenzen in der digitalen Welt zur Ausbildung aller drei Bereiche dienen.

In Verbindung mit den Ausführungen in den Längsschnitten im Abschnitt 2.2 unterstützen die Verflechtungsmatrizen eine zielgerichtete und an der Nachhaltigkeit des Gelernten orientierte Unterrichtsgestaltung.

Die Hervorhebungen von Inhalten tragen keinen ausschließenden Charakter.





3 Kompetenzentwicklung in den Schuljahren

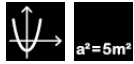
3.1 Übersicht über die Kompetenzschwerpunkte

<div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">Schuljahr- gang</div> <div style="margin-left: 10px;">Inhalts- bereich</div> </div>	 Analysis	 Analytische Geometrie	 Stochastik
11 (Einführungsphase)	<ul style="list-style-type: none"> – Arbeiten mit Variablen, Gleichungen und Ungleichungen – Funktionsklassen 	<ul style="list-style-type: none"> – Vektoren 	<ul style="list-style-type: none"> – Häufigkeits- und Wahrscheinlichkeitsverteilungen
12/13 (Qualifikationsphase)	<ul style="list-style-type: none"> – Grundlagen der Infinitesimalrechnung – Differentialrechnung – Integralrechnung 	<ul style="list-style-type: none"> – Geraden und Ebenen – Kreise 	<ul style="list-style-type: none"> – Bedingte Wahrscheinlichkeit – Binomial- und Normalverteilung – Beurteilende Statistik
Aufgabenpraktikum			

3.2 Schuljahrgang 11 (Einführungsphase)

Allgemeine mathematische Kompetenzen, inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen und Kompetenzen in der digitalen Welt Verflechtungsmatrix

		allgemeine mathematische Kompetenzen					
		K1	K2	K3	K4	K5	K6
inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen		Aussagen über arithmetische Sachverhalte	Bogenmaß	Übertragen Sachverhalt – Term	Exponential-, Logarithmus- und Wurzelgleichungen	Additionsverfahren	Rechenoperationen
		Lösungsweg Lösbarkeitsfälle Skalarprodukt	lineare Abhängigkeit	Verschiebung Vektorprodukt	räumliches Koordinatensystem Vektor	Vektorprodukt Betrag eines Vektors	Objekte der Ebene und des Raumes
		Einfluss von Parametern	Funktions-eigenschaften	Exponentialfunktion Wachstumsprozesse	Funktionsgraph	inverse Funktionen	Wendepunkt Periodizität
		Zufallsgrößen	Wahrscheinlichkeiten	Häufigkeits- und Wahrscheinlichkeitsverteilung	Wahrscheinlichkeiten von Zufallsgrößen	Erwartungswert Varianz Standardabweichung	Ergebnisse bzw. Ereignisse von Zufallsgrößen
		<ul style="list-style-type: none"> – Informationen zu komplexen mathematischen Inhalten und Sachverhalten recherchieren – mathematikhaltige Informationen, Daten und Darstellungen in Alltagsmedien unter mathematischen Gesichtspunkten analysieren, vergleichen und kritisch bewerten – analoge und digitale Medien bewusst und kriteriengeleitet je nach Zielsetzung auswählen sowie bedarfsgerecht nutzen – Textverarbeitungsprogramme, Präsentationsmedien und geeignete digitale Mathematikwerkzeuge zur Darstellung mathematischer Sachverhalte nutzen – Lernprozesse dokumentieren und reflektieren – Medienprodukte zu mathematischen Sachverhalten konzipieren, erstellen und präsentieren 					
		Kompetenzen in der digitalen Welt					



Analysis

Kompetenzschwerpunkt: Arbeiten mit Variablen, Gleichungen und Ungleichungen

Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen

- Terme mit Variablen auch unter Nutzung binomischer Formeln umformen
- mit Potenzen, Wurzeln und Logarithmen rechnen
- Logarithmengesetze unter Beachtung der Variablengrundbereiche an Beispielen anwenden
- die Zusammenhänge zwischen Potenz-, Wurzel- und Logarithmschreibweise an Beispielen erläutern
- lineare, quadratische Gleichungen sowie einfache Gleichungen höheren Grades durch Zurückführen auf bekannte Lösungsverfahren lösen
- einfache Wurzel-, Exponential- und Logarithmusgleichungen lösen
- einfache goniometrische Gleichungen lösen
- Ungleichungen mithilfe von Äquivalenzumformungen lösen und diese Lösungen überprüfen

Grundlegende Wissensbestände

- Zahlenbereiche \mathbb{Q} , \mathbb{Z} , \mathbb{R} ; $\mathbb{R}^+ = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$, $\mathbb{R}_0^+ = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 0\}$
- binomische Formeln
- Potenzen mit rationalen Exponenten, Logarithmengesetze, Wurzelgesetze als Spezialfall der Potenzgesetze
- $\log_b a$ ($a > 0, b > 0, b \neq 1$)
- dekadischer Logarithmus, natürlicher Logarithmus, Eulersche Zahl e
- Umformungsregeln (Äquivalenzumformungen)
- Gleichungen höheren Grades, Linearfaktorzerlegung, Substitution
- Wurzel-, Exponential- und Logarithmusgleichungen
- einfache goniometrische Gleichungen

Kompetenzschwerpunkt: Funktionsklassen

Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen

Im Folgenden werden Funktionen der Funktionsklassen der Potenz- und Exponentialfunktionen, der Sinus- und Kosinusfunktionen sowie in einfachen Fällen auch der Wurzel- und Logarithmusfunktionen betrachtet.

- Funktionen grafisch darstellen sowie Einfluss von Parametern auf die Lage und Form der Graphen von Funktionen untersuchen und beschreiben
- Eigenschaften von Funktionen ermitteln und beschreiben
- Gleichung von Umkehrfunktionen aufstellen und Zusammenhänge von zueinander inversen Funktionen herstellen
- verschiedene Typen von Funktionen erkennen und in unterschiedlichen Sachsituationen, insbesondere bei Wachstumsprozessen und periodischen Vorgängen anwenden
- exponentielle Wachstums- und Zerfallsprozesse im Alltag modellieren

Grundlegende Wissensbestände

- Begriffe: Funktion, Definitionsbereich, Wertebereich, Argument, Funktionswert, Differenzenquotient, Steigung, Intervall; $[a;b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$, $]a;b[= \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$
- Graphen und Eigenschaften, auch Symmetrie zum Koordinatenursprung, Hoch- und Tiefpunkte, Wendepunkte, Periodizität, Asymptoten
- Einfluss von Parametern auf Lage und Form der Graphen der o. g. Funktionen $x \mapsto a \cdot f(x + c) + d$ sowie $x \mapsto f(b \cdot x)$
- natürliche Exponential- und Logarithmusfunktion, Sinus- und Kosinusfunktion, ganzrationale Funktion
- zueinander inverse Funktionen
- lineares und exponentielles Wachstum
- Bogenmaß von Winkeln
- charakteristische Funktionswerte von Sinus- und Kosinusfunktion



Analytische Geometrie

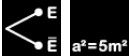
Kompetenzschwerpunkt: Vektoren

Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen

- geometrische Objekte der Ebene und des Raumes koordinatisieren
- Koordinaten von Punkten geometrischer Körper, die in einem räumlichen Koordinatensystem dargestellt sind, ermitteln
- einfache geometrische Objekte in einem Koordinatensystem darstellen
- Verschiebungen im Koordinatensystem der Ebene ausführen und mit Vektoren beschreiben
- Vektoren als Pfeilklassen identifizieren
- Beträge von Vektoren berechnen
- Rechenoperationen mit Vektoren ausführen und Eigenschaften der Rechenoperationen begründen
- Vektoren auf lineare Abhängigkeit oder lineare Unabhängigkeit untersuchen
- lineare Gleichungssysteme hinsichtlich ihrer Lösbarkeitsfälle beurteilen
- lineare Gleichungssysteme mit drei Variablen lösen und das Lösungsvorgehen erläutern
- Skalarprodukt von Vektoren berechnen und geometrisch deuten
- Vektoren auf Orthogonalität untersuchen und Gradmaß des Winkels zwischen Vektoren berechnen
- Vektorprodukt zur Ermittlung von Normalenvektoren nutzen
- inner- und außermathematische Anwendungsaufgaben lösen

Grundlegende Wissensbestände

- räumliches kartesisches Koordinatensystem
- Vektor und Koordinaten von Vektoren
- Ortsvektor, zueinander entgegengesetzte Vektoren, Nullvektor
- Betrag eines Vektors, Einheitsvektor
- Vektoraddition, skalare Multiplikation, Linearkombination
- Kommutativität, Assoziativität und Distributivität von Rechenoperationen mit Vektoren
- linear abhängig, linear unabhängig, Kollinearität, Komplanarität
- lineares Gleichungssystem
- Additionsverfahren, Einsetzungsverfahren
- Skalarprodukt $\vec{a} \circ \vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$
- Vektorprodukt
- Winkel zwischen Vektoren, Orthogonalität

	<h2>Stochastik</h2>
---	---------------------

Kompetenzschwerpunkt: Häufigkeits- und Wahrscheinlichkeitsverteilung

Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen

- Ergebnisse statistischer Untersuchungen in Form von Häufigkeitsverteilungen darstellen
- Informationen aus Darstellungen von Häufigkeitsverteilungen entnehmen und interpretieren
- Lage- und Streumaße von Häufigkeitsverteilungen ermitteln und interpretieren
- Ereignisse von Zufallsversuchen mithilfe von Zufallsgrößen beschreiben
- Wahrscheinlichkeitsverteilungen von Zufallsgrößen ermitteln und damit Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen berechnen
- Erwartungswerte und Standardabweichungen von Zufallsgrößen berechnen und interpretieren

Grundlegende Wissensbestände

- Grundgesamtheit, Stichprobe, Stichprobenumfang
- Häufigkeitsverteilung
- Histogramm, Boxplot
- Lage- und Streumaße (Median, Stichprobenmittel, Spannweite, Standardabweichung)
- diskrete Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilung
- Punkt- und Intervallwahrscheinlichkeiten
- Erwartungswert $E(X) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot P(X = x_i)$
- Varianz $Var(X) = \sum_{i=1}^n (x_i - E(X))^2 \cdot P(X = x_i)$, Standardabweichung $\sqrt{Var(X)}$

3.3 Schuljahrgänge 12/13 (Qualifikationsphase)

Differenzierung zwischen grundlegendem und erhöhtem Anforderungsniveau

Die gemeinsamen Aufgaben des grundlegenden und erhöhten Anforderungsniveaus bestehen in der Erweiterung und Vertiefung der bis zum Eintritt in die Qualifikationsphase erworbenen Kompetenzen mit dem Ziel der Vorbereitung auf die Anforderungen eines Hochschulstudiums oder einer vergleichbaren beruflichen Ausbildung.

Der Unterricht auf grundlegendem Anforderungsniveau vermittelt durch die Einführung in grundlegende Sachverhalte, Problemstrukturen und Zusammenhänge eine wissenschaftspropädeutische Grundbildung. Im erhöhten Anforderungsniveau ist neben der Vermittlung eines größeren Umfangs mathematischer Inhalte auch ein tieferes und komplexeres Verständnis der Begriffe, Theorien und Modelle erforderlich.





Die Anforderungen im grundlegenden Anforderungsniveau unterscheiden sich infolgedessen quantitativ und qualitativ von denen im erhöhten Anforderungsniveau. Es ergeben sich unterschiedliche Anforderungen im Hinblick auf

- die Komplexität und die Variantenvielfalt,
- den Grad der Vorstrukturierung und Abstraktion,
- den Anspruch an die Beherrschung der Fachsprache und der Fachmethoden,
- den Grad der Selbstständigkeit bei der Lösung von Aufgaben,
- die Tiefe und den Grad der Präzision der Argumentation.

In beiden Anforderungsniveaus sind Leistungen zu allen durch die Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife formulierten Anforderungsbereichen zu erbringen. Dabei liegt der Schwerpunkt der zu erbringenden Leistungen im Anforderungsbereich II. Weiterhin sind im grundlegenden Anforderungsniveau die Anforderungsbereiche I und II stärker zu akzentuieren, im erhöhten Anforderungsniveau die Anforderungsbereiche II und III. Dies muss auch der Unterricht widerspiegeln.

3.3.1 Grundlegendes Anforderungsniveau

Allgemeine mathematische Kompetenzen, inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen und Kompetenzen in der digitalen Welt Verflechtungsmatrix

		allgemeine mathematische Kompetenzen					
		K1	K2	K3	K4	K5	K6
inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen		Gleichungen	Lösungswege	Übertragen Sachverhalt – Term	Koordinatisieren Intervalle	Kontrollverfahren	Lösungsschritte
		Lagebeziehungen Skalarprodukt	Abstand geometrischer Objekte	geometrische Sachverhalte in Ebene und Raum	geometrische Grundobjekte	Schnittmengen Berechnungen an Körpern	Eigenschaften von Körpern Stütz- und Richtungsvektoren
		Differenzenquotient Ableitung einer Funktion bestimmtes Integral	Änderungsraten Funktions-eigenschaften	Bestände aus Änderungsraten und Anfangsbestand orientierte Inhalte von Flächen	Grenzwert Stammfunktionen	grafisches Differenzieren bestimmtes Integral	Beziehung zwischen Funktion und Ableitungsfunktion
		Verknüpfung von Ereignissen	Wahrscheinlichkeiten von Zufallsgrößen	Simulation von Zufallsgrößen	Baumdiagramm Vierfeldertafel	bedingte Wahrscheinlichkeit Lage- und Streumaße	Gestalt von Binomialverteilungen
		<ul style="list-style-type: none"> – Informationen zu komplexen mathematischen Inhalten und Sachverhalten recherchieren – mathematikhaltige Informationen, Daten und Darstellungen in Alltagsmedien unter mathematischen Gesichtspunkten analysieren, vergleichen und kritisch bewerten – analoge und digitale Medien bewusst und kriteriengeleitet je nach Zielsetzung auswählen sowie bedarfsgerecht nutzen – Textverarbeitungsprogramme, Präsentationsmedien und geeignete digitale Mathematikwerkzeuge zur Darstellung mathematischer Sachverhalte nutzen – Medienprodukte zu mathematischen Sachverhalten konzipieren, erstellen und präsentieren 					
		Kompetenzen in der digitalen Welt					



Analysis

Kompetenzschwerpunkt: Grundlagen der Infinitesimalrechnung

Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen

- Verhalten von Funktionen im Unendlichen inhaltlich aus verschiedenen Darstellungsformen erschließen
- Verhalten von Funktionen im Unendlichen untersuchen
- Verhalten von Funktionen bei Annäherung an eine Stelle untersuchen
- Grenzwerte von Funktionen ermitteln
- Stetigkeit von Funktionen an Beispielen beschreiben
- mittlere und lokale Änderungsraten einer Funktion berechnen
- Differenzenquotient und Differentialquotient in Sachzusammenhängen als mittlere und lokale Änderungsrate sowie geometrisch deuten
- Ableitung einer Funktion an einer Stelle als lokale Änderungsrate und geometrisch als Tangentenanstieg interpretieren
- Änderungsraten funktional beschreiben (Ableitungsfunktionen) und interpretieren

Grundlegende Wissensbestände

- Verhalten von Funktionen für $x \rightarrow \pm\infty$ und $x \rightarrow x_0$
- Symbolik: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$
- Grenzwert
- lokale bzw. momentane Änderungsrate
- Differentialquotient, Differenzierbarkeit
- Steigung bzw. Anstieg von Sekanten und Tangenten
- Ableitung einer Funktion an einer Stelle, Ableitungsfunktion

Kompetenzschwerpunkt: Differentialrechnung**Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen**

Die ausgewiesenen Kompetenzen sind am Beispiel von ganzrationalen Funktionen, der natürlichen Exponentialfunktion und von Sinus- und Kosinusfunktionen sowie in einfachen Fällen auch deren Verknüpfungen zu entwickeln.

- Ableitungsfunktionen bilden und auf mögliche Stammfunktionen schließen
- Ableitungen zur Bestimmung des Monotonie- und Krümmungsverhaltens von Funktionen nutzen
- Gleichungen und Anstiegswinkel von Tangenten und Normalen ermitteln
- Ableitungsgraphen aus dem jeweiligen Funktionsgraphen entwickeln und umgekehrt
- Zusammenhänge zwischen Funktionen und ihren Ableitungen erkennen und begründen
- Graphen von Funktionen auf lokale Extrempunkte und Wendepunkte untersuchen und darstellen
- Gleichungen von ganzrationalen Funktionen aus ihren Eigenschaften ermitteln
- Extremwertaufgaben sowie weitere inner- und außermathematische Anwendungsaufgaben mithilfe von Funktionen und deren Eigenschaften lösen

Grundlegende Wissensbestände

- Ableitungsregeln: Konstantenregel, Potenzregel, Summenregel, Faktorregel, Produktregel
- Ableitungsfunktionen für Sinus- und Kosinusfunktionen
- Stammfunktion
- Monotoniesatz
- lokale und globale Extrema
- linksgekrümmt, rechtsgekrümmt
- notwendige und hinreichende Bedingungen für lokale Extrem- und Wendestellen

Kompetenzschwerpunkt: Integralrechnung

Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen

Die ausgewiesenen Kompetenzen sind am Beispiel von ganzrationalen Funktionen, der natürlichen Exponentialfunktion und von Sinus- und Kosinusfunktionen sowie in einfachen Fällen auch deren Verknüpfungen zu entwickeln.

- Stammfunktionen für Funktionen ermitteln bzw. nachweisen
- das bestimmte Integral als aus Änderungen rekonstruierten Bestand und als Flächeninhalt deuten
- den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung geometrisch-anschaulich als Beziehung zwischen Ableitungs- und Integralbegriff begründen
- bestimmte Integrale mithilfe des Hauptsatzes der Differential- und Integralrechnung berechnen
- das bestimmte Integral zur Berechnung des Inhalts von Flächen in vielfältigen Zusammenhängen anwenden
- inner- und außermathematische Anwendungsaufgaben lösen

Grundlegende Wissensbestände

- unbestimmtes Integral als Menge aller Stammfunktionen
- Schreibweise: $\int f(x) dx = F(x) + c$
- bestimmtes Integral einer Funktion in einem Intervall $[a;b]$
- Schreibweise: $\int_a^b f(x) dx$
- Integrationsregeln: Konstantenregel, Potenzregel, Summenregel, Faktorregel
- Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung
- Integralfunktion
- bestimmtes Integral als rekonstruierter Bestand, u. a. Zusammenhang zwischen Geschwindigkeit und zurückgelegtem Weg
- bestimmtes Integral als orientierter Flächeninhalt



Analytische Geometrie

Kompetenzschwerpunkt: Geraden und Ebenen

Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen

- Geraden und Ebenen im Koordinatensystem darstellen
- Geraden und Ebenen durch Gleichungen beschreiben
- Lagebeziehung Gerade-Gerade und Gerade-Ebene untersuchen sowie Koordinaten von Schnittpunkten und Winkelgrößen berechnen
- Abstand Punkt-Ebene und in der Ebene Abstand Punkt-Gerade berechnen
- inner- und außermathematische Anwendungsaufgaben lösen

Grundlegende Wissensbestände

- Parameter-, Normalen- und Koordinatengleichungen
- Stütz-, Richtungs-, Spann- und Normalenvektoren
- Hesse-Normalenform von Geraden- und Ebenengleichungen
- Abstand geometrischer Objekte, Schreibweise, z. B. $d(P, g)$
- Durchstoßpunkt, windschief
- Schnittwinkel

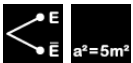
Kompetenzschwerpunkt: Kreise

Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen

- Kreise in der Ebene durch Gleichungen beschreiben und aus Kreisgleichungen Koordinaten des Mittelpunktes und den Radius ermitteln
- Lagebeziehung Punkt-Kreis und Gerade-Kreis untersuchen sowie Schnittmengen analytisch beschreiben
- inner- und außermathematische Anwendungsaufgaben lösen

Grundlegende Wissensbestände

- Vektor- und Koordinatenform der Kreisgleichung

	<h2 style="margin: 0;">Stochastik</h2>
---	--

Kompetenzschwerpunkt: Bedingte Wahrscheinlichkeit

- Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen**
- zweistufige Zufallsversuche mithilfe von Vierfeldertafeln beschreiben
 - Ereignisse verknüpfen und die Wahrscheinlichkeit der Verknüpfung berechnen
 - bedingte Wahrscheinlichkeiten berechnen und interpretieren
 - Ereignisse auf stochastische Unabhängigkeit untersuchen
 - inner- und außermathematische Anwendungsaufgaben lösen

- Grundlegende Wissensbestände**
- Vierfeldertafel
 - Schreibweisen: $A \cup B$, $A \cap B$, bedingte Wahrscheinlichkeit $P_B(A)$
 - $A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$; $A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$; $A \setminus B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$
 - unvereinbare Ereignisse
 - stochastische Unabhängigkeit von Ereignissen

Kompetenzschwerpunkt: Binomialverteilung





- Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen**
- Ereignisse bei Bernoulli-Ketten mithilfe von Zufallsgrößen beschreiben
 - Zufallsgrößen als binomialverteilt erkennen und deren Parameter angeben
 - Binomialverteilungen grafisch darstellen und Aussagen über die typische Gestalt der Binomialverteilungen formulieren
 - aus grafischen Darstellungen Parameter der Binomialverteilung entnehmen
 - Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen, die durch binomialverteilte Zufallsgrößen beschrieben werden können, ermitteln
 - Kenngrößen binomialverteilter Zufallsgrößen berechnen und interpretieren
 - Verträglichkeit eines vermuteten Wertes einer Wahrscheinlichkeit mit der Trefferhäufigkeit in einer Stichprobe mittels Vertrauensintervallen untersuchen
 - inner- und außermathematische Anwendungsaufgaben lösen

- Grundlegende Wissensbestände**
- Bernoulli-Versuch, Bernoulli-Kette, Bernoulli-Formel
 - Binomialkoeffizient: $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$
 - Binomialverteilung, binomialverteilte Zufallsgröße, $X \sim B_{n,p}$, $P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$
 - Kenngrößen binomialverteilter Zufallsgrößen
 - σ -Umgebung, Umgebungsradien
 - 95 %-Vertrauens- oder Konfidenzintervall: $\left[h_n - 1,96 \cdot \sqrt{\frac{h_n \cdot (1-h_n)}{n}}; h_n + 1,96 \cdot \sqrt{\frac{h_n \cdot (1-h_n)}{n}} \right]$

Quelle: Landesportal Sachsen-Anhalt (<http://www.lisa.sachsen-anhalt.de>) | Lizenz: Creative Commons (CC BY-SA 3.0)

3.3.2 Erhöhtes Anforderungsniveau

Allgemeine mathematische Kompetenzen, inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen und Kompetenzen in der digitalen Welt Verflechtungsmatrix

		allgemeine mathematische Kompetenzen					
		K1	K2	K3	K4	K5	K6
inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen		Gleichungen algorithmische Lösungsverfahren	Lösungswege	Übertragen Sachverhalt – Term	Koordinatisieren Intervalle	Kontrollverfahren	Lösungsschritte
		Lagebeziehungen Skalarprodukt	Abstand geometrischer Objekte	geometrische Sachverhalte in Ebene und Raum Hesse-Normalenform	geometrische Grundobjekte	Schnittmengen Berechnungen an Körpern	Eigenschaften von Körpern Stütz- und Richtungsvektoren
		Differenzenquotient Ableitung einer Funktion bestimmtes Integral Newtonverfahren	Funktionsscharen Änderungsraten Funktions-eigenschaften	Volumen von Rotationskörpern Bestände aus Änderungsraten und Anfangsbestand	Grenzwert Ortskurven Stammfunktionen	grafisches Differenzieren bestimmtes Integral	Beziehung zwischen Funktion und Ableitungsfunktion
		Verknüpfung von Ereignissen	Wahrscheinlichkeiten von Zufallsgrößen	Schätzen unbekannter Wahrscheinlichkeiten	Baumdiagramm Vierfeldertafel	bedingte Wahrscheinlichkeit Lage- und Streumaße	Gestalt von Binomialverteilungen
		<ul style="list-style-type: none"> – Informationen zu komplexen mathematischen Inhalten und Sachverhalten recherchieren – mathematikhaltige Informationen, Daten und Darstellungen in Alltagsmedien unter mathematischen Gesichtspunkten analysieren, vergleichen und kritisch bewerten – analoge und digitale Medien bewusst und kriteriengeleitet je nach Zielsetzung auswählen sowie bedarfsgerecht nutzen – Textverarbeitungsprogramme, Präsentationsmedien und geeignete digitale Mathematikwerkzeuge zur Darstellung mathematischer Sachverhalte nutzen – Medienprodukte zu mathematischen Sachverhalten konzipieren, erstellen und präsentieren 					
		Kompetenzen in der digitalen Welt					



Analysis

Kompetenzschwerpunkt: Grundlagen der Infinitesimalrechnung

Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen

- Verhalten von Funktionen im Unendlichen inhaltlich aus verschiedenen Darstellungsformen erschließen
- Verhalten von Funktionen im Unendlichen untersuchen
- Verhalten von Funktionen bei Annäherung an eine Stelle untersuchen
- Grenzwerte von Funktionen rechnerisch ermitteln
- Stetigkeit von Funktionen an Beispielen beschreiben
- Funktionen an einer Stelle linear approximieren
- mittlere und lokale Änderungsraten einer Funktion berechnen
- Differenzenquotient und Differentialquotient in Sachzusammenhängen als mittlere und lokale Änderungsrate sowie geometrisch deuten
- Ableitung einer Funktion an einer Stelle als lokale Änderungsrate und geometrisch als Tangentenanstieg interpretieren
- Änderungsraten funktional beschreiben (Ableitungsfunktionen) und interpretieren

Grundlegende Wissensbestände

- Verhalten von Funktionen für $x \rightarrow \pm\infty$ und $x \rightarrow x_0$
- Symbolik: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$
- Grenzwertsätze
- lokale bzw. momentane Änderungsrate
- Differentialquotient, Differenzierbarkeit
- Steigung bzw. Anstieg von Sekanten und Tangenten
- Ableitung einer Funktion an einer Stelle, Ableitungsfunktion

Kompetenzschwerpunkt: Differentialrechnung**Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen**

Die ausgewiesenen Kompetenzen sind am Beispiel von ganzrationalen Funktionen, Exponential- und Logarithmusfunktionen, Sinus- und Kosinusfunktionen sowie in einfachen Fällen auch deren Verknüpfungen und Verkettungen zu entwickeln.

- Ableitungsfunktionen bilden und, außer bei Logarithmusfunktionen, auf mögliche Stammfunktionen schließen
- Ableitungen zur Bestimmung des Monotonie- und Krümmungsverhaltens von Funktionen nutzen
- Gleichungen und Anstiegswinkel von Tangenten und Normalen ermitteln
- Ableitungsgraphen aus dem jeweiligen Funktionsgraphen entwickeln und umgekehrt
- Zusammenhänge zwischen Funktionen und ihren Ableitungen erkennen und begründen
- Graphen von Funktionen auf lokale Extrempunkte und Wendepunkte untersuchen und darstellen
- das Newtonverfahren als Verfahren zur Approximation mittels infinitesimaler Methoden erläutern und anwenden
- Funktionsscharen auf Eigenschaften untersuchen und Gleichungen für Ortskurven ermitteln
- Gleichungen von Funktionen, insbesondere von ganzrationalen Funktionen, aus ihren Eigenschaften ermitteln
- Extremwertaufgaben sowie weitere inner- und außermathematische Anwendungsaufgaben mithilfe von Funktionen und deren Eigenschaften lösen

Grundlegende Wissensbestände

- Ableitungsregeln: Konstantenregel, Potenzregel, Summenregel, Faktorregel, Produktregel und Kettenregel
- Ableitungsfunktionen für Sinus- und Kosinusfunktionen
- Stammfunktion
- Monotoniesatz
- lokale und globale Extrema
- linksgekrümmt, rechtsgekrümmt
- notwendige und hinreichende Bedingungen für lokale Extrem- und Wendestellen
- Funktionsscharen, Ortskurven
- Newtonverfahren

Kompetenzschwerpunkt: Integralrechnung

Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen

Die ausgewiesenen Kompetenzen sind am Beispiel von ganzrationalen Funktionen, Exponential- und Logarithmusfunktionen, Sinus- und Kosinusfunktionen sowie in einfachen Fällen auch deren Verknüpfungen und Verkettungen zu entwickeln.

- Stammfunktionen für Funktionen ermitteln bzw. nachweisen
- die ln-Funktion als Stammfunktion von $x \mapsto \frac{1}{x}$ nutzen
- das bestimmte Integral als aus Änderungen rekonstruierten Bestand und als Flächeninhalt deuten
- den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung geometrisch-anschaulich als Beziehung zwischen Ableitungs- und Integralbegriff begründen
- bestimmte Integrale mithilfe des Hauptsatzes der Differential- und Integralrechnung berechnen
- das bestimmte Integral zur Berechnung des Inhalts von Flächen und des Volumens von Rotationskörpern bei Rotation um die Abszissenachse in vielfältigen Zusammenhängen anwenden
- inner- und außermathematische Anwendungsaufgaben lösen

Grundlegende Wissensbestände

- unbestimmtes Integral als Menge aller Stammfunktionen
- Schreibweise: $\int f(x) dx = F(x) + c$
- bestimmtes Integral einer Funktion in einem Intervall $[a;b]$
- Schreibweise: $\int_a^b f(x) dx$
- Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung
- Integrationsregeln: Konstantenregel, Potenzregel, Summenregel, Faktorregel, Integration durch lineare Substitution
- Integralfunktion
- bestimmtes Integral als rekonstruierter Bestand, u. a. Zusammenhang zwischen Geschwindigkeit und zurückgelegtem Weg
- bestimmtes Integral als orientierter Flächeninhalt



Analytische Geometrie

Kompetenzschwerpunkt: Geraden und Ebenen

Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen

- Geraden und Ebenen im Koordinatensystem darstellen
- Geraden und Ebenen durch Gleichungen beschreiben
- Lagebeziehung Gerade-Gerade, Gerade-Ebene und Ebene-Ebene untersuchen sowie Schnittmengen analytisch beschreiben und Winkelgrößen berechnen
- Abstand Punkt-Ebene, Punkt-Gerade und Gerade-Gerade berechnen
- inner- und außermathematische Anwendungsaufgaben lösen

Grundlegende Wissensbestände

- Parameter-, Normalen- und Koordinatengleichungen
- Stütz-, Richtungs-, Spann- und Normalenvektoren
- Hesse-Normalenform von Geraden- und Ebenengleichungen
- Abstand geometrischer Objekte, Schreibweise, z. B. $d(P,g)$
- Durchstoßpunkt, Schnittgerade, windschief
- Schnittwinkel

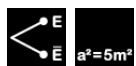
Kompetenzschwerpunkt: Kreise

Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen

- Kreise in der Ebene durch Gleichungen beschreiben und aus Kreisgleichungen Koordinaten des Mittelpunktes und den Radius ermitteln
- Lagebeziehung Punkt-Kreis, Gerade-Kreis und Kreis-Kreis untersuchen sowie Schnittmengen analytisch beschreiben
- Tangenten an einen Kreis, auch von einem Punkt außerhalb des Kreises, durch Gleichungen beschreiben
- inner- und außermathematische Anwendungsaufgaben lösen

Grundlegende Wissensbestände

- Vektor- und Koordinatenform der Kreisgleichung



Stochastik

Kompetenzschwerpunkt: Bedingte Wahrscheinlichkeit

Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen

- zweistufige Zufallsversuche mithilfe von Vierfeldertafeln beschreiben
- Ereignisse verknüpfen und die Wahrscheinlichkeit der Verknüpfung berechnen
- bedingte Wahrscheinlichkeiten berechnen und interpretieren
- Ereignisse auf stochastische Unabhängigkeit untersuchen
- inner- und außermathematische Anwendungsaufgaben lösen

Grundlegende Wissensbestände

- Vierfeldertafel
- Schreibweisen: $A \cup B$, $A \cap B$, bedingte Wahrscheinlichkeit $P_B(A)$
- $A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$; $A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$; $A \setminus B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$
- unvereinbare Ereignisse
- stochastische Unabhängigkeit von Ereignissen

Kompetenzschwerpunkt: Binomial- und Normalverteilung

Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen

- Ereignisse bei Bernoulli-Ketten mithilfe von Zufallsgrößen beschreiben
- Zufallsgrößen als binomialverteilt erkennen und deren Parameter angeben
- Binomialverteilungen grafisch darstellen und Aussagen über die typische Gestalt der Binomialverteilungen formulieren
- aus grafischen Darstellungen Parameter der Binomialverteilung entnehmen
- Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen, die durch binomialverteilte Zufallsgrößen beschrieben werden können, ermitteln
- Kenngrößen binomialverteilter Zufallsgrößen berechnen und interpretieren
- exemplarisch diskrete und stetige Zufallsgrößen unterscheiden
- Zufallsgrößen als normalverteilt erkennen und deren Parameter angeben
- Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen, die durch normalverteilte Zufallsgrößen beschrieben werden können, ermitteln
- inner- und außermathematische Anwendungsaufgaben lösen

Grundlegende Wissensbestände

- Bernoulli-Versuch, Bernoulli-Kette, Bernoulli-Formel
- Binomialkoeffizient $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$
- Binomialverteilung, binomialverteilte Zufallsgröße, $X \sim B_{n;p}$, $P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$
- Kenngrößen binomial- und normalverteilter Zufallsgrößen
- σ -Umgebungen, Umgebungsradien; $|X - \mu| \leq c \cdot \sigma$
- Normalverteilung, normalverteilte Zufallsgröße, $X \sim N_{\mu; \sigma^2}$
- Gaußsche Dichtefunktion: $\varphi(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$

Kompetenzschwerpunkt: Beurteilende Statistik

Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen

- Gegenstand der beurteilenden Statistik anhand vielfältiger Anwendungssituationen erläutern
- mithilfe von Simulationen Eigenschaften von Stichproben erkunden
- exemplarisch aus Parametern einer Grundgesamtheit auf solche einer Stichprobe im Kontext der Binomialverteilung schließen
- Schätzwerte für eine unbekannte Wahrscheinlichkeit binomialverteilter Zufallsgrößen ermitteln und Vertrauensintervalle um diese Schätzwerte zu konkreten Vertrauenswahrscheinlichkeiten angeben
- inner- und außermathematische Anwendungsaufgaben lösen

Grundlegende Wissensbestände

- Grundgesamtheit, Stichprobe, repräsentative Stichprobe
- Punktschätzung, Intervallschätzung
- Sicherheits- oder Vertrauenswahrscheinlichkeit
- Prognoseintervall: $\left[p - c \cdot \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n}}; p + c \cdot \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n}} \right]$
- Vertrauens- oder Konfidenzintervall: $\left[h_n - c \cdot \sqrt{\frac{h_n \cdot (1-h_n)}{n}}; h_n + c \cdot \sqrt{\frac{h_n \cdot (1-h_n)}{n}} \right]$ bzw. $|h - p| = c \cdot \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n}}$