



## ANREGUNGEN ZUR SCHUL- UND UNTERRICHTSENTWICKLUNG 10/2019

**AUSWERTUNGSBERICHT  
SCHRIFTLICHE REALSCHULABSCHLUSS-  
PRÜFUNG MATHEMATIK**

Schuljahr 2018/2019

Grundschule  
Sekundarschule  
Gemeinschaftsschule  
Gesamtschule  
Gymnasium  
Berufliches Gymnasium  
Förderschule  
Berufsbildende Schule

**ALLGEMEINES**

Ein wesentliches Element zum Erwerb eines Realschulabschlusses ist die schriftliche Abschlussprüfung Mathematik. Die Anforderungen dieser Prüfungsarbeit ergeben sich aus den Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss /1/ und aus dem Fachlehrplan Sekundarschule Mathematik /2/. Die Prüfungsarbeit besteht aus zwei Pflichtteilen und einem Wahlpflichtteil. Im Pflichtteil 1 bearbeiten die Prüflinge ohne Taschenrechner und ohne Tafelwerk Aufgaben, die erwartbares basales Wissen und Können repräsentativ abrufen. Dabei sind im Pflichtteil 1 insgesamt acht Bewertungseinheiten (BE) erreichbar. Die Arbeitszeit beträgt 20 Minuten. Im Pflichtteil 2 und in den Wahlpflicht-

aufgaben sind ein wissenschaftlicher Taschenrechner und ein Tafelwerk als Hilfsmittel zugelassen. Die Aufgaben im Pflichtteil 2 haben insgesamt einen Umfang von 24 BE. Im Wahlpflichtteil wählen die Prüflinge genau eine von drei Wahlpflichtaufgaben aus. Die Wahlpflichtaufgaben haben im Ganzen je einen Umfang von 8 BE. Für den Pflichtteil 2 und den Wahlpflichtteil stehen insgesamt 20 Minuten Einlesezeit und 160 Minuten Arbeitszeit zur Verfügung. In der Prüfungsarbeit liegt der Schwerpunkt der zu erbringenden Leistungen im Anforderungsbereich II. Darüber hinaus werden die Anforderungsbereiche I und III berücksichtigt.

**ERGEBNISSE IM ÜBERBLICK**

Grundlage für die vorliegenden Übersichten sind die Ergebnisse von 7865 Prüflingen aus 192 Schulen. Darunter waren 122 Prüflinge (ca. 1,6 %), die den Zugang zum 10. Schuljahrgang durch den am Ende des 9. Schuljahrgangs erworbenen qualifizierten Hauptschulabschluss erreicht hatten.

**Notenbezogene Ergebnisse**

Tabelle 1 ist zu entnehmen, dass etwas mehr als ein Fünftel der Prüflinge sehr gute oder gute Prüfungsergebnisse erzielte. Nahezu 80 % der Prüflinge erlangten ein Prüfungsergebnis im Notenbereich von 2 bis 4. Das ist um etwa vier Prozentpunkte höher als im Vorjahr. 17 % der Prüflinge erreichten nicht mindestens ausreichende Prüfungsergebnisse. Im Jahr zuvor war dieser Wert um etwa zwei Prozentpunkte höher. Gleichzeitig ist der Anteil der nicht mindestens ausreichenden Leistungen im Jahr 2019 der niedrigste seit 2014 und der zweitniedrigste seit Einführung des weiterentwickelten Konzeptes in 2012.

Note	1	2	3	4	5	6
Jahresnote (in %)	5,4	26,8	35,0	28,6	5,7	0,2
Prüfungsnote (in %)	3,8	18,1	27,4	33,7	14,5	2,5

Tab. 1: Jahresnoten im 10. Schuljahrgang und Prüfungsnoten im Fach Mathematik (gerundete Angaben)

Die Verteilung der Jahresnoten folgt annähernd den Verteilungen der Vorjahre.

Der Landesmittelwert der Prüfungsnoten beträgt 3,45 (vgl. Abb. 1). Wie in den vergangenen Jahren liegt der Landesmittelwert der Jahresnoten (3,01) unter diesem Wert. Bei der Interpretation ist jedoch zu beachten, dass sich Jahres- und Prüfungsnoten auf unterschiedliche Kompetenzüberprüfungen beziehen.

Anhand des Perzentilbandes ist auch erkennbar, dass die Hälfte der Schulmittelwerte in den Prüfungsergebnissen zwischen 3,15 und 3,71 liegt. Je 20 % aller erfassten Schulen erzielen Notendurchschnitte von 2,84 bis 3,15 beziehungsweise von 3,71 bis 4,27. Jeweils 5 % der Schulen liegen unterhalb des 5. Perzentils beziehungsweise oberhalb des 95. Perzentils.

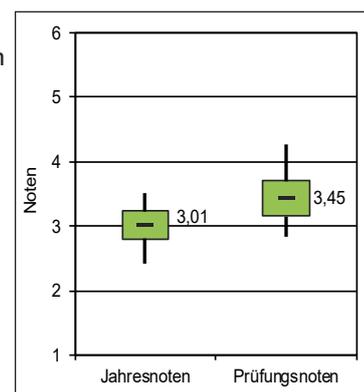


Abb. 1: 90 %-Perzentilbänder der Jahres- und Prüfungsnoten (Schulmittelwerte)

## Aufgabenbezogene Ergebnisse

Die Abbildungen 2, 3 und 5 zeigen, dass die Erfüllungsprozentsätze auf Ebene der Teilaufgaben insgesamt zwischen 6 % (Aufg. 2d-1, WPA 2: Gleichung lösen, AFB III) und 87 % (Aufg. 2b, Pflichtteil 2: Finanzierungsmodell beurteilen, AFB II) schwanken.

### Pflichtteil 1

Im Pflichtteil 1 wurden Landesmittelwerte von 45 % (Aufg. 8: kleinsten Funktionswert angeben) bis 75 % (Aufg. 1b: Dif-

ferenz berechnen) erreicht (vgl. Abb. 2). Der mittlere Erfüllungsprozentsatz im Pflichtteil 1 liegt bei 61 %. Festzustellen ist, dass dieses Ergebnis innerhalb der Schwankungen der letzten Jahre liegt. Im Vergleich zum Prüfungsjahr 2018 zeigt sich erneut, dass eine im Inhaltsbereich *Zuordnungen und Funktionen* verortete Aufgabe den niedrigsten Landesmittelwert aufweist (Aufg. 8).

Nur etwas mehr als die Hälfte der Prüflinge konnte einen Anteil von 400 (Aufg. 1d) korrekt berechnen.

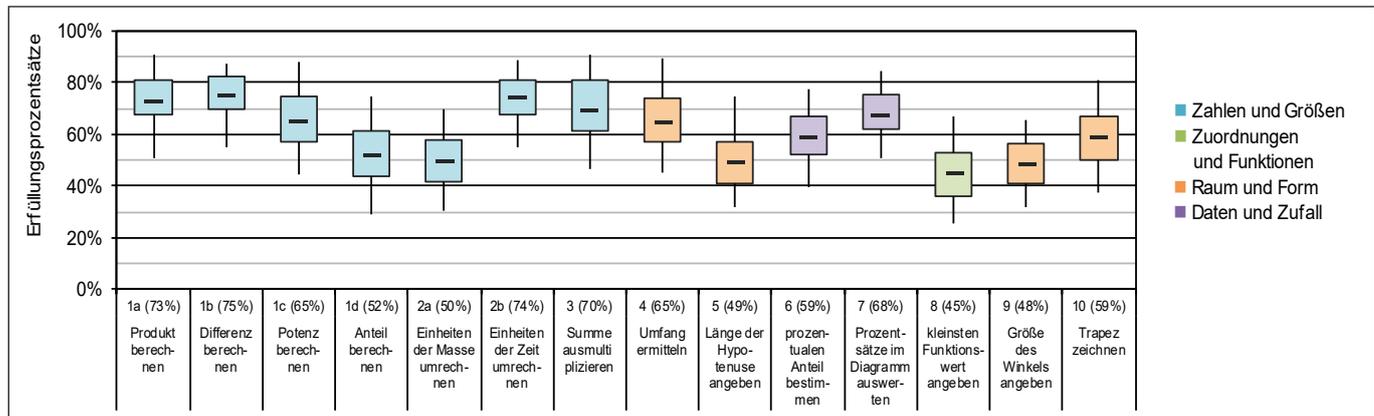


Abb. 2: 90 %-Perzentilbänder und Landesmittelwerte im Pflichtteil 1

### Pflichtteil 2

Die höchsten Landesmittelwerte im Pflichtteil 2 wurden im Inhaltsbereich *Zahlen und Größen* beim Berechnen der Gesamtkosten für den Erwerb eines Führerscheins (Aufg. 2a, AFB I) und beim Beurteilen eines Finanzierungsmodells

(Aufg. 2b, AFB II) erreicht (vgl. Abb. 3). Im gleichen Inhaltsbereich wird beim Lösen einer Gleichung ein deutlich niedriger Landesmittelwert erzielt (Aufg. 1b, AFB I).

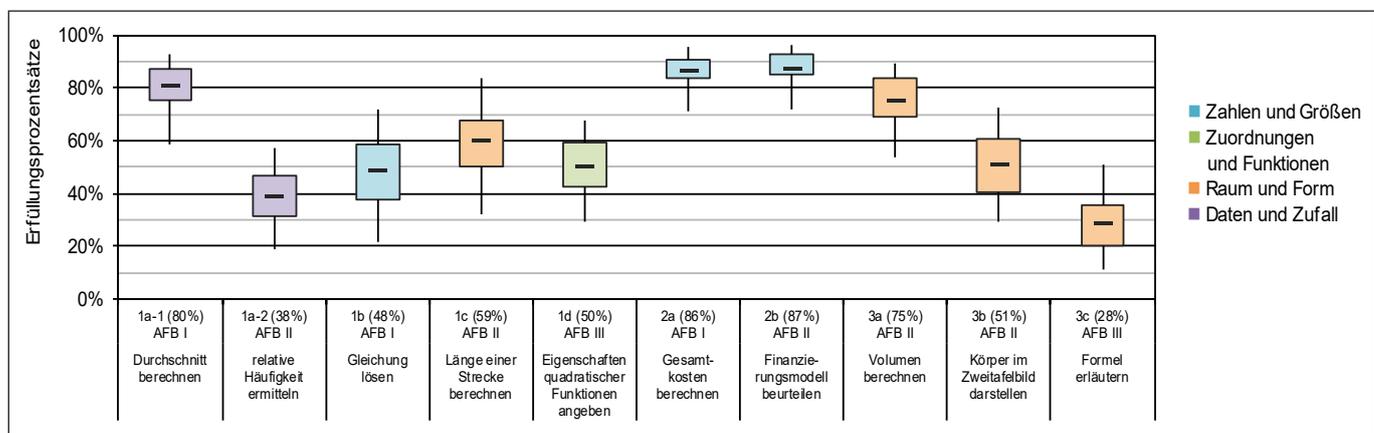


Abb. 3: 90 %-Perzentilbänder, Landesmittelwerte und Anforderungsbereiche im Pflichtteil 2

Das Erläutern einer Formel, die zur Berechnung des Oberflächeninhalts eines zusammengesetzten Körpers genutzt werden kann, wird mit einem Landesmittelwert von 28 % bewältigt (Aufg. 3c, AFB III). Dies ist der niedrigste Landesmittelwert im Inhaltsbereich *Raum und Form* im Pflichtteil 2.

Deutlich besser gelingt das Berechnen des Volumens eines aus einem Würfel und einem Kreiskegel zusammengesetzten Körper (Aufg. 3a, AFB II). Im Inhaltsbereich *Daten und Zufall* schwanken die Landesmittelwerte zwischen 38 % (Aufg. 1a-2, AFB II) und 80 % (Aufg. 1a-1, AFB I).

### Wahlpflichtaufgaben (WPA)

Die Hälfte der Prüflinge wählte für die Bewertung die WPA 3 im Inhaltsbereich *Daten und Zufall* (vgl. Abb. 4) aus. Etwas mehr als ein Fünftel der Prüflinge entschied sich für die Bewertung der WPA 2 (Inhaltsbereich: *Zuordnungen und Funktionen*). Eine im Prüfungsjahr 2016 gestellte und vergleichbare innermathematische Aufgabe zum Kontext Potenzfunktionen wurde seinerzeit von deutlich weniger

Prüflingen zur Bewertung ausgewählt (9,1 %). Lehrkräfte konstatieren in ihren verbalen Rückmeldungen zur Prüfungsarbeit 2019 partiell, dass

- „die Wahlpflichtaufgabe 2 für viele Schüler zu theoretisch ist“ und
- „nicht der späteren praktischen Realität (Anwendung) der Realschüler entspricht“.

Offenkundig wählen Prüflinge eher Aufgaben aus dem Inhaltsbereich *Zuordnungen und Funktionen*, wenn ein außermathematischer Sachverhalt zum Gegenstand der Aufgabe gemacht wird. Indizien dafür sind die Zahlen zum Wahlverhalten aus den Prüfungsjahren 2017 und 2018. In diesen Jahren wurden die außermathematisch angelegten Wahlpflichtaufgaben aus diesem Inhaltsbereich vornehmlich gewählt.

Bei der Analyse der Ergebnisse der drei komplex angelegten Wahlpflichtaufgaben ist zu bedenken, dass ihre Teilaufgaben ausschließlich in den Anforderungsbereichen II und III zu verorten sind. Insofern schätzten Lehrkräfte diese Aufgaben in ihren verbalen Rückmeldungen auch als „anspruchsvoll“ ein.

In der WPA 1 wurde der im Inhaltsbereich *Raum und Form* in der Prüfungsarbeit insgesamt niedrigste Landesmittelwert von 10 % (vgl. Abb. 5) beim Berechnen von Streckenverhältnissen erzielt (Aufg. 1c, WPA 1: AFB III). Das Berechnen des Oberflächeninhaltes einer Kugel (Aufg. 1b-1, WPA 1: AFB II) gelingt den Prüflingen vergleichsweise besser (65 %). Die Landesmittelwerte schwanken in der WPA 2 zwischen 6 % (Aufg. 2d-1, WPA 2: Gleichung lösen, AFB III) und 48 % (Aufg. 2a, WPA 2: Graphen zeichnen, AFB II). Das Lösen einer

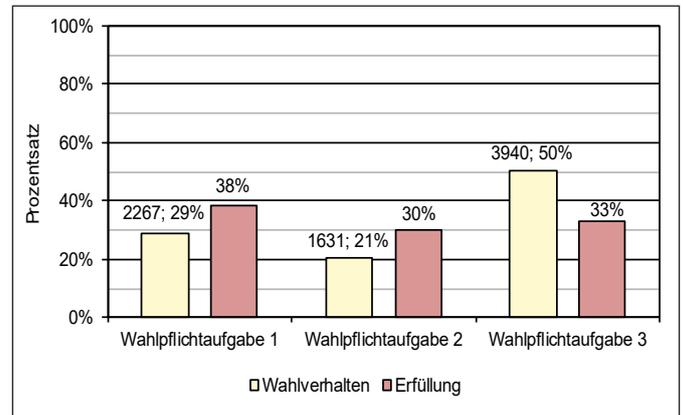


Abb. 4: Wahlverhalten und Erfüllungsprozentsätze in den Wahlpflichtaufgaben

Bruchgleichung bereitet den Prüflingen offenkundig erhebliche Schwierigkeiten. Es ist für die Prüfungsarbeit insgesamt festzustellen, dass die Landesmittelwerte im Inhaltsbereich *Zuordnungen und Funktionen* bei höchstens 50 % liegen. Beim Zeichnen eines Baumdiagramms wurde ein Landesmittelwert von 61 % erzielt (Aufg. 3a, WPA 3: AFB II). Das Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bereitet – den Ergebnissen dieser Prüfungsarbeit zufolge – vermutlich noch Schwierigkeiten (Aufg. 3b, WPA 3: AFB II und Aufg. 3c, WPA 3: AFB III).

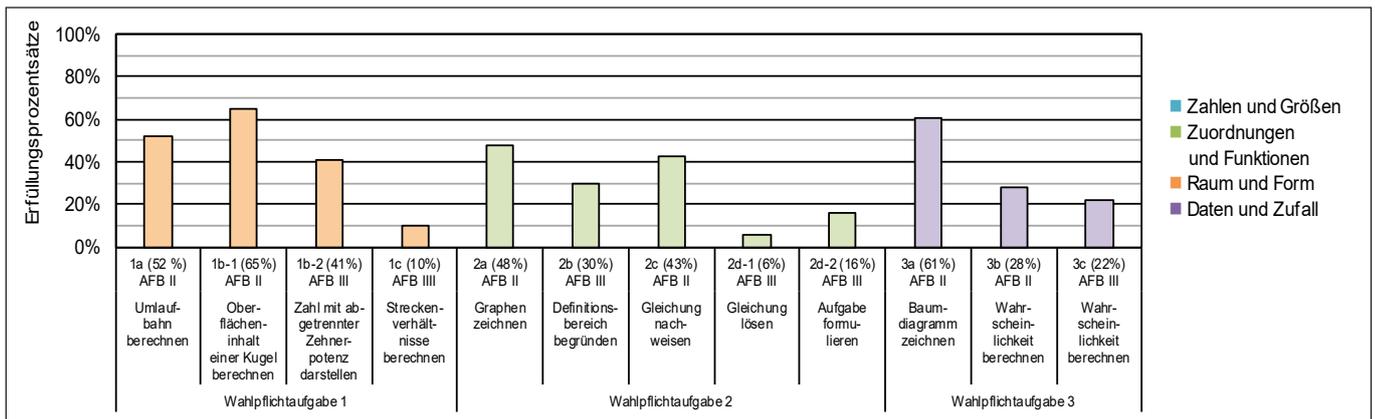


Abb. 5: Landesmittelwerte und Anforderungsbereiche in den Wahlpflichtaufgaben

## HINWEISE ZUR WEITERARBEIT

Allgemeine Hinweise zur Auswertung der Prüfung gibt es in zahlreichen Publikationen, z. B. /3/.

### Fortbildungsangebote zur Unterstützung nutzen

Im Kontext von Fortbildungsveranstaltungen des LISA können die Prüfungsergebnisse als Basis genutzt werden, um die Vorbereitung für das Prüfungsjahr 2020 anzubahnen. So werden zum Beispiel in Fortbildungen gemeinsam Vorschläge für eine Klassenarbeit unter Prüfungsbedingungen erarbeitet. Die entsprechenden Veranstaltungen sind im Fortbildungskatalog zu finden:

- Festigung der mathematischen Kompetenzen im Fach Mathematik Teil 1: Prüfungsvorbereitung: 19F156031-01 am 28. September 2019 (Sangerhausen)
- Festigung der mathematischen Kompetenzen im Fach Mathematik Teil 1: Prüfungsvorbereitung: 19F156030-01 am 4. Oktober 2019 (Merseburg)

### Drei mathematische Grunderfahrungen

Die oben beschriebenen Befunde belegen, dass es einigen Prüflingen schwerfällt, innermathematischen Herausforderungen gerecht zu werden. Dies trifft in dieser Prüfungsarbeit insbesondere auf den Inhaltsbereich *Zuordnungen und Funktionen* zu, da die vorkommenden Aufgaben ausschließlich innermathematischer Natur sind. Vermutlich lässt sich dies auch auf den Inhaltsbereich *Zahlen und Größen* übertragen. Der von einigen Lehrkräften partiell angemahnte fehlende Praxisbezug in Teilaufgaben (z. B. in WPA 2) ist Indikator für diese Hypothese. Unabhängig von der späteren Bildungsbiografie der Prüflinge muss der Mathematikunterricht anstreben, drei miteinander verknüpfte Grunderfahrungen zu ermöglichen (vgl. /4/ und /1/, S. 6). Um Herausforderungen im Alltag bewältigen zu können, ist es notwendig, mathematische Fragestellungen zu erkennen, zu formulieren und zu erläutern. Dazu ist es nötig, über Wissen

zur mathematischen Modellbildung zu verfügen (vgl. /5/). Und dieses Wissen wird letztendlich durch die Mathematik als Fachwissenschaft gespeist. Schließlich werden im Mathematikunterricht aber auch Problemlösefähigkeiten gefördert. Im Unterricht müssen deshalb inner- und außer-mathematische Sachverhalte gleichberechtigt betrachtet werden, sodass die Prüflinge Sicherheit beim Lösen solcher Aufgaben erlangen.

### Strategien vermitteln

Die Ergebnisse belegen, dass knapp die Hälfte der Prüflinge einen Anteil von 400 (Aufg. 1d, Pflichtteil 1) nicht korrekt ermitteln konnte. Hingegen gelang dies im Kontext einer Einheit im Jahr 2017 deutlich mehr Prüflingen (2017: Aufg. 1d, Pflichtteil 1: 78 %). Das Ermitteln des Anteils (auch einer Größe) kann nach dem Erwerb im Doppeljahrgang 5/6 im Kontext aller Inhaltsbereiche und Kompetenzschwerpunkte thematisiert werden. Zeigen sich in der Lerngruppe Schwierigkeiten, sobald keine Größe mehr betrachtet wird, so kann den Lernenden der Hinweis gegeben werden, eine bevorzugte Einheit mental zu repräsentieren (z. B.: Betrachte 400 km anstatt 400). Weiterhin sollte schrittweise untersucht werden, über welche Lerndefizite die Lernenden verfügen, wenn sie Anteile ermitteln, z. B.:

- Division von natürlichen Zahlen ( $400 : 5$ )
- Multiplikation von natürlichen Zahlen ( $80 \cdot 4$ )

Aber auch Umkehraufgaben bieten sich in diesem Zusammenhang an, z. B.  $\frac{4}{5}$  von ... 320.

### Der Inhaltsbereich Zuordnungen und Funktionen

Im Schuljahrgang 7/8 muss ein tragfähiges Konzept zu linearen Funktionen entwickelt werden, sodass sich die dort erworbenen Erkenntnisse auf weitere Funktionsklassen übertragen und deren Eigenschaften analog untersuchen lassen. Es bietet sich zum Beispiel an, im Doppeljahrgang 7/8 mit der Entwicklung einer Begriffslandkarte zu beginnen und Eigenschaften von Funktionen bzw. ihrer Graphen fortlaufend zu ergänzen, wenn weitere Funktionsklassen zum Gegenstand des Mathematikunterrichts gemacht werden. Das Untersuchen der Eigenschaften von Funktionen und ihrer Graphen (Gemeinsamkeiten und Unterschiede) sollte bereits bei linearen Funktionen angebahnt werden. Zum Beispiel kann der Einfluss des absoluten Gliedes  $n$  der linearen Funktion vorteilhaft durch die Verwendung dynamischer Geometriesoftware untersucht werden, in dem der Parameter  $n$  entsprechend variiert wird. Dann gibt es zwar Eigenschaften, die stets gleich bleiben (z. B. Definitions- und Wertebereich, Monotonie). Es existieren aber auch Eigenschaften, die sich in Abhängigkeit vom Parameter verändern (z. B. Nullstelle, Schnittpunkt mit der Ordinatenachse). Eine basale Anforderung ist es, zunächst den Einfluss des Parameters auf die Lage des Graphen zu beschreiben. Anschließend können Gemeinsamkeiten und Unterschiede untersucht werden. Werden weitere Funktionsklassen betrachtet, so wird dann auch der Einfluss von Parametern auf die Form des Graphen untersucht.

### Vom Ansatz zur Aufgabe

Das Anwenden von Standardverfahren zum Lösen von Gleichungen wird in der Aufgabe 1b im Pflichtteil 2 und in

der WPA 2d gefordert. Beide Aufgaben antizipieren ein Auswählen von Lösungsverfahren und eine Anwendung unter Aufgabenbedingungen. Gleichwohl zeigen sich erhebliche Unterschiede – ungeachtet der unterschiedlichen Anforderungsbereiche – in der Erfüllung. Dabei lässt die Teilanforderung „Ermitteln Sie die Lösungen der Gleichung.“ verschiedene Lösungswege zu (vgl. /6/). So erhält man die Lösungen der Gleichung z. B. durch:

- Zurückführung auf eine quadratische Gleichung
  - Ablesen der x-Koordinate der gemeinsamen Punkte der Graphen von  $f$  und  $g$
  - systematisches Probieren, z. B. durch Wertetabellen
- Gleichzeitig bietet diese Aufgabe aber auch die Möglichkeit, dass Formulieren einer Aufgabenstellung zu einem Ansatz zu üben. In der Erstbegegnung ist dies z. B. möglich, wenn zunächst Schülerlösungen (vgl. Abb. 6) betrachtet werden. Dazu können den Lernenden verschiedene Aufgabenstellungen zu einem gegebenen Ansatz repräsentiert werden. Aus diesen Aufgabenstellungen ist begründet die richtige auszuwählen. Einige Lernende werden die Korrektheit der dargestellten Schülerlösung infrage stellen, da in diesem Kontext die Graphen betrachtet werden müssten („Ermitteln Sie die Koordinaten der Schnittpunkte der Graphen der Funktionen  $f$  und  $g$ “).

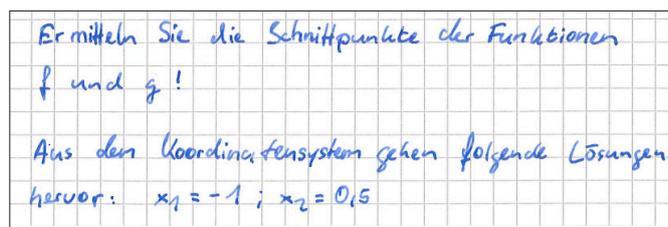


Abb. 6: Schülerlösung zur Wahlpflichtaufgabe 2d

### Quellen:

- /1/ Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland (Hrsg.) (2003): Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss. Beschluss vom 4.12.2003.
- /2/ Kultusministerium des Landes Sachsen-Anhalt (Hrsg.) (2012): Fachlehrplan Sekundarschule Mathematik. Magdeburg.
- /3/ Landesinstitut für Schulqualität und Lehrerbildung Sachsen-Anhalt (Hrsg.) (2018): Potenziale zentraler Leistungserhebungen (ZLE) für die Unterrichtsentwicklung. Halle (Saale).
- /4/ Winter, H.: Mathematikunterricht und Allgemeinbildung. <http://sinus-transfer.uni-bayreuth.de/fileadmin/MaterialienDB/45/muundallgemeinbildung.pdf> (10.07.2019)
- /5/ Landesinstitut für Schulqualität und Lehrerbildung Sachsen-Anhalt (Hrsg.) (2018): Auswertungsbericht Schriftliche Realschulabschlussprüfung Mathematik. Schuljahr 2017/2018. Halle (Saale).
- /6/ Landesinstitut für Schulqualität und Lehrerbildung Sachsen-Anhalt (Hrsg.) (2016): Signalworte (Operatoren) für Arbeitsaufträge im Fach Mathematik. Überarbeitung der Fassung vom Januar 2011.

### Impressum

Herausgeber: Landesinstitut für Schulqualität und Lehrerbildung Sachsen-Anhalt (LISA)

Autor: Thomas Viehweg

© ⓘ ⓘ Sie dürfen das Material weiterverbreiten, bearbeiten, verändern und erweitern. Sie müssen den Urheber nennen und kennzeichnen, welche Änderungen sie vorgenommen haben. Sie müssen das Material und Veränderungen unter den gleichen Lizenzbedingungen weitergeben. Die Rechte für Fotos, Abbildungen und Zitate für Quellen Dritter bleiben bei den jeweiligen Rechteinhabern.

Alle bisher erschienenen Informationsblätter finden Sie auch auf dem Bildungsserver Sachsen-Anhalt unter: [www.bildung-lsa.de/lisa-kurz-texte](http://www.bildung-lsa.de/lisa-kurz-texte)